

- 2.322.** $\frac{\sqrt{24-2x-x^2}}{x} < 1$. Відповідь: $x \in [-6; 0) \cup (3; 4]$.
-
- 2.323.** $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} \leq 1$. Відповідь: $x \in [2; 5]$.
- 2.323.*** [1, § 11, приклад 8, с. 55]
 $\sqrt{x+4-6\sqrt{x-5}} + \sqrt{x+20-10\sqrt{x-5}} \geq 2$. Відповідь: $x \in [5; \infty)$.
- 2.324.** $\sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} \geq 1$. Відповідь: $x \in [-1; 0]$.
- 2.325.** $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} \geq 2$. Відповідь: $x \in [1; \infty)$.
- 2.326.** $3\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} > \sqrt{x+1}$. Відповідь: $x \in [1; 5/4) \cup (65/16; \infty)$.
-
- 2.327.** $(x-1)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0$. Відповідь: $x \in \{-1\} \cup [2; \infty)$.
- 2.328.** $\frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10} \leq \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9}$. Відповідь: $x \in [-4; 1] \cup \{2\}$.
- 2.329.** $\frac{\sqrt{12-x-x^2}}{2x-7} \leq \frac{\sqrt{12-x-x^2}}{x-5}$. Відповідь: $x \in \{-4\} \cup [2; 3]$.
- 2.330.** $\frac{\sqrt{6+x-x^2}}{2x+5} \geq \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{x+4}$. Відповідь: $x \in [-2; -1] \cup \{3\}$.

2.4. Логарифми. Показникові та логарифмічні рівняння і нерівності

Група А

Обчислити (завдання **2.331** – **2.352**):

- 2.331.** $3^{\log_{27}(2\sqrt{2})}$. Відповідь: $\sqrt{2}$.
- 2.332.** $5^{\log_{5\sqrt{5}}2}$. Відповідь: $\sqrt[3]{4}$.
- 2.333.** $(\sqrt{3})^{-\log_{3\sqrt{3}}\sqrt{2}}$. Відповідь: $1/\sqrt[6]{2}$.
- 2.334.** $16^{\frac{1}{2}\log_2 7 - \log_{16} 7}$. Відповідь: 7.
- 2.335.** $5^{\frac{1}{2\log_{81} 5} + \log_{25} 4}$. Відповідь: 18.
- 2.336.** $81^{\frac{1}{\log_4 9}} - 8^{\log_4 9}$. Відповідь: -11.
- 2.337.** $\frac{\log_{\sqrt{3}-\sqrt{2}} 5}{\log_{5-2\sqrt{6}} 5}$. Відповідь: 2.
- 2.337.*** [1, § 12, приклад 1, с. 59] $\log_{(2+\sqrt{3})}(7-4\sqrt{3})$. Відповідь: -2.
- 2.338.** $\log_2 \log_3(\sqrt{5} + \sqrt{2}) - \log_2 \log_3(7 + 2\sqrt{10})$. Відповідь: -1.
- 2.339.** $5^{\log_{25}(\sqrt{3}-5)^2} + 2^{\log_4(\sqrt{3}+5)^2}$. Відповідь: 10.
- 2.340.** $3^{\log_9(1-\sqrt{3})^2} + 2^{\log_4(1+\sqrt{3})^2}$. Відповідь: $2\sqrt{3}$.
-
- 2.341.** $27^{1/\log_4 3} - 4^{\frac{1}{2} + \log_2 5} - 16^{3/4}$. Відповідь: 6.
- 2.341.*** [1, § 12, приклад 2, с. 59]
 $7^{\log_{49}(\sqrt{5}-3)^2} + 5^{3\log_{5\sqrt{5}}\sqrt{\sqrt{5}+3}} + \log_3(2\log_{11}\sqrt{\sqrt[3]{11}})$. Відповідь: 5.

- 2.342.** $2^{3\log_2 \sqrt{3} - 2\log_4 \sqrt{3}} + \left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^{-3/2}$. Відповідь: 5.
- 2.343.** $3 \cdot 7^{2\log_7 \sqrt{2} + \frac{1}{3}\log_7 8} - 3\log_9 \sqrt[4]{9\sqrt[3]{9}}$. Відповідь: 11.
- 2.344.** $2^{6\log_2 \sqrt{2}(5-\sqrt{10}) + 8\log_{1/4}(\sqrt{5}-\sqrt{2})} + \log_2(\log_2 \sqrt[4]{2})$. Відповідь: 22.
- 2.345.** $3\log_3 \sqrt{3\sqrt[3]{3}} + \frac{3}{5} \cdot 16^{\frac{3}{2}\log_2 64^5}$. Відповідь: 5.
- 2.346.** $6\log_2 \sqrt{2\sqrt[3]{4}} + \frac{1}{4} \cdot 9^{\frac{1}{2}\log_3 4}$. Відповідь: 6.
-
- 2.347.** $4^{\log_2 5} - 5^{\log_2 5^9} + \log_2 \left(4 \sin \frac{25\pi}{6}\right)$. Відповідь: 23.
- 2.348.** $27^{\log_3 2} - 4^{\log_{16} 25} + \log_{\sqrt{3}} \left(\operatorname{ctg} \frac{13\pi}{4}\right)$. Відповідь: 3.
- 2.349.** $\left(\frac{1}{9}\right)^{-2\log_3 2} + (\sqrt[3]{10})^{\lg 27} + \log_2 \left(4 \cos \frac{13\pi}{3}\right)$. Відповідь: 20.
- 2.350.** $\log_{\sqrt{3}} 8 \cdot \log_4 81 \cdot \log_3 \left(9 \operatorname{tg} \frac{9\pi}{4}\right)$. Відповідь: 24.
- 2.351.** $\log_{\sqrt{7}} 9 \cdot \log_3 49 \cdot \log_{0,5} \left(\cos \frac{7\pi}{3}\right)$. Відповідь: 8.
- 2.352.** $\log_{\sqrt{6}} 3 \cdot \log_3 36 \cdot \log_{0,5} \left(\sin \frac{13\pi}{6}\right)$. Відповідь: 4.
-
- 2.353.** Знайти $\log_{35} 28$, якщо $\log_{14} 7 = a$, $\log_{14} 5 = b$. Відповідь: $\frac{2-a}{a+b}$.
- 2.353.*** [1, § 12, приклад 3, с. 59]
 Знайти $\log_{30} 12$, якщо $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$. Відповідь: $\log_{30} 12 = \frac{b+2a}{b+1}$.
- 2.354.** Знайти $\log_5 6$, якщо $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$. Відповідь: $\frac{a+b}{1-a}$.
- 2.355.** Знайти $\lg 122,5$, якщо $\lg 5 = a$, $\lg 7 = b$. Відповідь: $2(a+b) - 1$.
- 2.356.** Знайти $\log_{\sqrt[3]{5}} 6,125$, якщо $\log_{25} 7 = a$, $\log_2 5 = b$.
 Відповідь: $3(4ab - 3)/b$.
- 2.357.** Знайти $\log_{30} 8$, якщо $\lg 5 = a$, $\lg 3 = b$. Відповідь: $\frac{3(1-a)}{b+1}$.
- 2.358.** Знайти $\log_3 12$, якщо $\log_3 7 = a$, $\log_7 5 = b$, $\log_5 4 = c$.
 Відповідь: $abc + 1$.
-
- Розв'язати рівняння (завдання **2.359** – **2.446**):
- 2.359.** $2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$. Відповідь: $x = 2$.
- 2.360.** $2 \cdot 7^x + 7^{x+2} - 3 \cdot 7^{x-1} = 354$. Відповідь: $x = 1$.
- 2.361.** $2^{3x} + 2^{3x-1} + 2^{3x-2} + 2^{3(x-1)} = 120$. Відповідь: $x = 2$.
- 2.362.** $2 \cdot 3^{2x+1} + 3^{2x-1} - 5 \cdot 3^{2x} - 36 = 0$. Відповідь: $x = 3/2$.

2.363. $3^{2\sqrt{x}} + 3^{2\sqrt{x-1}} + 3^{2\sqrt{x-2}} = 13$. Відповідь: $x = 1$.

2.363.* [1, § 12, приклад 4, с. 60]

$2^{4\sqrt{x-2}+4} + 4 \cdot 16^{\sqrt{x-2}+1} - 4^{2\sqrt{x-2}} = 79$. Відповідь: $x = 2$.

2.364. $2^{12x-1} - 4^{6x-1} + 8^{4x-1} - 16^{3x-1} = 1280$. Відповідь: $x = 1$.

2.365. $2^{3x} + 2^{3x-1} + 2^{3x-2} + 2^{3(x-1)} = 3^{2x} - \frac{2^5}{9} 3^{2x+1} + 3^{2x+2}$. Відповідь: $x = 1$.

2.366. $5^{2x-1} + 2^{2x} - 5^{2x} + 2^{2x+2} = 0$. Відповідь: $x = 1$.

2.367. $5^{x-3} - 5^{x-4} - 16 \cdot 5^{x-5} = 2^{x-3}$. Відповідь: $x = 5$.

2.368. $9^x - 2^x \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot 2^{x+1} - 3^{2x-1}$. Відповідь: $x = 1, 5$.

•

2.369. $5^{2x-1} + 5^{x+1} = 250$. Відповідь: $x = 2$.

2.370. $2^{2x+1} - 33 \cdot 2^{x-1} + 4 = 0$. Відповідь: $x \in \{-2; 3\}$.

2.371. $2^{x+1} + 4^x = 80$. Відповідь: $x = 3$.

2.372. $3^{4\sqrt{x}} - 4 \cdot 3^{\sqrt{4x}} + 3 = 0$. Відповідь: $x \in \{0; 1/4\}$.

2.373. $2^{x^2} + 2^{1-x^2} = 9/2$. Відповідь: $x = \pm\sqrt{2}$.

2.374. $(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x + (\sqrt{2-\sqrt{3}})^x = 4$. Відповідь: $x \in \{-2; 2\}$.

2.374.* [1, § 12, приклад 6, с. 60]

$(2+\sqrt{3})^x - (2-\sqrt{3})^x = 1$. Відповідь: $x = \log_{(2+\sqrt{3})} \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

2.375. $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^{\sqrt{\frac{x+4}{x}}} + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^{\sqrt{\frac{x+4}{x}}} - 10 = 0$. Відповідь: $x = 4/3$.

2.376. $(\sqrt{3+2\sqrt{2}})^x + (\sqrt{3-2\sqrt{2}})^x = 6$. Відповідь: $x \in \{-2; 2\}$.

•

2.377. $3 \cdot 9^{\frac{1}{x}} + 6 \cdot 4^{\frac{1}{x}} - 13 \cdot 6^{\frac{1}{x}} = 0$. Відповідь: $x \in \{-1; 1\}$.

2.378. $8 \cdot 25^{\sqrt{x-3}} - 70 \cdot 10^{\sqrt{x-3}} + 125 \cdot 4^{\sqrt{x-3}} = 0$. Відповідь: $x \in \{4; 7\}$.

2.379. $2^{2x+2} - 6^x - 2 \cdot 3^{2x+2} = 0$. Відповідь: $x = -2$.

•

2.380. $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$. Відповідь: $x = 64$.

2.381. $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$. Відповідь: $x = 16$.

2.382. $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x = 3 \log_3 5$. Відповідь: $x = 5$.

2.383. $\log_5 x + \log_{25} x = \log_{1/5} \sqrt{3}$. Відповідь: $x = 1/\sqrt[3]{3}$.

2.384. $\log_2 x + \log_3 x = 1 + \log_2 3$. Відповідь: $x = 3$.

2.385. $\log_3(x+4) + \log_5(x+4) + \log_7(x+4) = 2$.

Відповідь: $x = 3^{\frac{2}{c}} - 4$, де $c = 1 + \log_5 3 + \log_7 3$.

2.385.* [1, § 12, приклад 7, с. 61]

$\log_3(x+2) + \log_5(x+2) = 1$. Відповідь: $x = 3^{\log_{15} 5} - 2$.

2.386. $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) + \log_4(x-3) + \log_2^2(x-3) = \frac{1}{2} \log_{(x-3)}(x-3)$.

Відповідь: $x \in \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} + 3; 5 \right\}$.

2.387. $\log_2^2(x-1)^2 - \log_{0,5}(x-1) = 5$. Відповідь: $x \in \left\{ 1 + \frac{1}{2\sqrt[4]{2}}; 3 \right\}$.

-
- 2.388.** $\log_{16}x + \frac{1}{2}\log_4(x+4) = \frac{5}{4}$. Відповідь: $x = 4$.
- 2.389.** $\log_2(3-x) + \log_2(1-x) = 3$. Відповідь: $x = -1$.
- 2.390.** $\lg(4-x) + 1 = \lg 2 - \lg x + 2\lg\sqrt{3} + \frac{1}{2}\lg 25$. Відповідь: $x \in \{1; 3\}$.
- 2.390.*** [1, § 12, приклад 8, с. 61]
 $\lg(x-3) + \lg(x+6) = \lg 2 + \lg 5$. Відповідь: $x = 4$.
- 2.391.** $\log_3(x+2) - 1 = \frac{1}{2}\log_3 4 - \log_3(5-x)$. Відповідь: $x \in \{-1; 4\}$.
- 2.392.** $\lg 5 + \lg(x+10) = 1 - \lg(2x-1) + \lg(21x-20)$. Відповідь: $x \in \{1, 5; 10\}$.
- 2.393.** $\lg(2x-19) - \lg(3x-20) + \lg x = 0$. Відповідь: $x = 10$.
- 2.394.** $\log_3(x-3)^2 + \log_3|x-3| = 3$. Відповідь: $x \in \{0; 6\}$.
- 2.394.*** [1, § 12, приклад 9, с. 62]
 $\log_2(x-1)^2 - 2\log_2(2+2x-x^2) = -2$. Відповідь: $x \in \{0; 2\}$.
- 2.395.** $\lg(7x-9)^2 + \lg(3x-4)^2 = 2$. Відповідь: $x \in \{2; 13/21\}$.
- 2.396.** $\log_2(x+1)^2 + \log_2(x-7)^2 = 8$. Відповідь: $x \in \{3; 3-4\sqrt{2}; 3+4\sqrt{2}\}$.
- 2.397.** $\log_3(x-7)^2 = 2 + 2\log_3(x-3)$. Відповідь: $x = 4$.
- 2.398.** $\log_4(x-1)^2 = 2 + 2\log_4(x-13)$. Відповідь: $x = 17$.
- 2.399.** $\log_2\frac{x-5}{x+5} + \log_2(x^2-25) = 0$. Відповідь: $x = 6$.
-
- 2.400.** $\log_2(12-2^x) = 5-x$. Відповідь: $x \in \{2; 3\}$.
- 2.400.*** [1, § 12, приклад 10, с. 62]
 $1+x\log_2 6 = x + \log_2(9^x-3)$. Відповідь: $x = 1$.
- 2.401.** $\log_6(6^{-x}+5) = x+1$. Відповідь: $x = 0$.
- 2.402.** $\log_2(9^{x-1}+7) = 2 + \log_2(3^{x-1}+1)$. Відповідь: $x \in \{1; 2\}$.
- 2.403.** $\log_2(4^x+4) = x + \log_2(2^{x+1}+3)$. Відповідь: $x \in \{0\}$.
- 2.404.** $\log_{\sqrt{5}}(4^x-6) - \log_{\sqrt{5}}(2^x-2) = 2$. Відповідь: $x = 2$.
- 2.405.** $\log_2(4 \cdot 3^x - 6) - \log_2(9^x - 6) = 1$. Відповідь: $x = 1$.
- 2.406.** $2 + \log_3(2^x - 2) = \log_3 2 + \log_3(4^{x-1} - 1)$. Відповідь: $x = 4$.
- 2.407.** $3\log_5 2 + 2 - x = \log_5(3^x - 5^{2-x})$. Відповідь: $x = 2$.
-
- 2.408.** $\log_{0,5}^2 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$. Відповідь: $x \in \{1/128; 2\}$.
- 2.409.** $\log_{3x} 3 = \log_{\frac{2}{3}} 3x$. Відповідь: $x = 1$.
- 2.410.** $\log_x 25 - 3\log_{25} x = 1$. Відповідь: $x = 25^{(-1 \pm \sqrt{13})/6}$.
- 2.411.** $\log_4 x + \log_x \frac{1}{4} = 1$. Відповідь: $x = 2^{1 \pm \sqrt{5}}$.
- 2.412.** $\log_x 2 - \log_4 x + \frac{7}{6} = 0$. Відповідь: $x \in \{8; 1/\sqrt[3]{4}\}$.
- 2.413.** $\log_x 3 + \log_3 x = \log_{\sqrt{x}} 3 + \log_3 \sqrt{x} + 0,5$. Відповідь: $x \in \{1/3; 9\}$.
- 2.414.** $\log_4 x + \log_x 2 - \log_4 \sqrt{x} = 1$. Відповідь: $x = 4$.
- 2.415.** $\log_{\sqrt{x}} 2 + 4\log_4 x^2 + 9 = 0$. Відповідь: $x \in \{1/4; 1/\sqrt[4]{2}\}$.

- 2.416. $\log_{(4x+1)}7 + \log_{9x}7 = 0$. Відповідь: $x = 1/12$.
- 2.417. $\log_{x^2}16 + \log_{2x}64 = 3$. Відповідь: $x \in \{0, 5\sqrt[3]{4}; 4\}$.
- 2.418. $\frac{\log_{4\sqrt{x}}2}{\log_{2x}2} + \log_{2x}2 \cdot \log_{1/2}2x = 0$. Відповідь: $x = 4$.
- 2.419. $20\log_{4x}\sqrt{x} + 7\log_{16x}x^3 - 3\log_{(x/2)}x^2 = 0$. Відповідь: $x \in \left\{ \frac{1}{4\sqrt[5]{8}}; 1; 4 \right\}$.
- 2.419.* [1, § 12, приклад 11, с. 62]
 $9\log_{4x}x^2 - 4\log_{2x^2}x^3 = 0$. Відповідь: $x_1 = 1, x_2 = 2^{1/4}$.
- 2.420. $\log_{(x/2)}x^2 - 14\log_{16x}x^3 + 40\log_{4x}\sqrt{x} = 0$. Відповідь: $x \in \{1; 4; 1/\sqrt{2}\}$.
- 2.421. $\log_x10 + 2\log_{10x}10 - 3\log_{100x}10 = 0$. Відповідь: $x = 1/\sqrt{10}$.
- 2.422. $3\log_x4 + 2\log_{4x}4 + 3\log_{16x}4 = 0$. Відповідь: $x \in \{1/8; 1/2\}$.
- 2.423. $5\log_{(x/9)}x + \log_{(9/x)}x^3 + 8\log_{9x^2}x^2 = 2$. Відповідь: $x \in \{\sqrt{3}; 3\}$.
- 2.424. $\log_{3x}(3/x) + \log_{\frac{2}{3}}x = 1$. Відповідь: $x \in \{1; 3; 1/9\}$.
-
- 2.425. $\log_9(x+12) \cdot \log_x3 = 1$. Відповідь: $x = 4$.
- 2.426. $\log_x(125x) \cdot \log_{\frac{2}{5}}x = 1$. Відповідь: $x \in \{1/625; 5\}$.
- 2.427. $\log_x(9x^2) \cdot \log_{\frac{2}{3}}x = 4$. Відповідь: $x \in \{1/9; 3\}$.
- 2.428. $x^2\log_x27 \cdot \log_9x = x + 4$. Відповідь: $x = 2$.
- 2.429. $\log_{(2x-7)}(x^2 - 4x + 20) \cdot \log_x(2x - 7) = 2$. Відповідь: $x = 5$.
- 2.430. $\log_3(x+6) \cdot \log_x3 = 2$. Відповідь: $x = 3$.
- 2.431. $\log_{\sqrt{x}}|x-9| \cdot \log_2x = 6$. Відповідь: $x = 17$.
- 2.432. $\log_{(-x)}|x+3| \cdot \log_2x^2 = 2$. Відповідь: $x = -5$.
-
- 2.433. $x^{5\log_5x-6} = 0, 2$. Відповідь: $x \in \{5; \sqrt[5]{5}\}$.
- 2.434. $x^{3\log_3x-4} = 3^{-1}$. Відповідь: $x \in \{3; \sqrt[3]{3}\}$.
- 2.435. $x^{2\log_4x-3} = 0, 25$. Відповідь: $x \in \{2; 4\}$.
- 2.436. $x^{7\log_7x-8} = 7^{-1}$. Відповідь: $x \in \{7; \sqrt[7]{7}\}$.
- 2.437. $x^{3-\lg(x/3)} = 900$. Відповідь: $x \in \{30; 100\}$.
- 2.438. $6^{\log_6x} + x^{\log_6x} = 12$. Відповідь: $x \in \{6; 1/6\}$.
- 2.439. $3^{\log_3x} + x^{\log_3x} = 162$. Відповідь: $x \in \{9; 1/9\}$.
- 2.440. $x^{\frac{\lg x+7}{4}} = 10^{\lg x+1}$. Відповідь: $x \in \{10; 10^{-4}\}$.
- 2.441. $x^{\log_4x} = 2^{3(\log_4x+3)}$. Відповідь: $x \in \{64; 1/8\}$.
- 2.442. $10^{-(4\log_x10)^2} \cdot x^{\lg x} = 1$. Відповідь: $x \in \{100; 0, 01\}$.
- 2.443. $x^{2\lg^2x} = 10x^3$. Відповідь: $x \in \{0, 1; 10^{(1+\sqrt{3})/2}; 10^{(1-\sqrt{3})/2}\}$.
- 2.444. $\frac{10x^{2\lg^2x}}{x^3} = \frac{x^{3\lg x}}{10}$. Відповідь: $x \in \{100; 0, 1; \sqrt{10}\}$.
- 2.444.* [1, § 12, приклад 12, с. 63]
 $\frac{5^{\log_5^2x(1+\log_5x)}}{x^{\log_5^2x+2}} = 1$. Відповідь: $x_1 = 1, x_2 = 25$.

•

2.445. $\log_x(2x^2 - 4x + 3) = 2$. Відповідь: $x = 3$.

2.446. $\log_{(x+1)}(x^2 + x - 6)^2 = 4$. Відповідь: $x = 1$.

•

Розв'язати нерівності (завдання **2.447** – **2.530**):

2.447. $2^{2x} + 2 > 3 \cdot 2^x$. Відповідь: $x \in (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$.

2.448. $4^x + 2^{x+1} - 6 \leq 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, \log_2(-1 + \sqrt{7})]$.

2.449. $25^{-x} + 5^{-x+1} \geq 50$. Відповідь: $x \in (-\infty, -1]$.

2.450. $5^{2x+1} > 5^x + 4$. Відповідь: $x \in (0, \infty)$.

2.451. $2^{2x+2} - \frac{3}{4}2^{x+2} < 1$. Відповідь: $x \in (-\infty, 0)$.

2.452. $3^{2\sqrt{x-1}} - 10 \cdot 3^{\sqrt{x-1}} + 3 < 0$. Відповідь: $x \in (0; 4)$.

•

2.453. $5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x \leq 7 \cdot 10^x$. Відповідь: $x \in [0; 1]$.

2.453.* [1, § 12, приклад 16, с. 65]

$2 \cdot 4^x - 3 \cdot 10^x + 25^x \leq 0$. Відповідь: $x \in [0; \log_{2,5} 2]$.

2.454. $2^{2x-1} - 3^{x+1} \cdot 2^{x-1} + 3^{2x} < 0$. Відповідь: $x \in (\log_{2/3} 2; 0)$.

•

2.455. $3^x < 1 + 12 \cdot 3^{-x}$. Відповідь: $x \in (-\infty, \log_3 4)$.

2.456. $4^x + 4^{1-x} > 5$. Відповідь: $x \in (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$.

2.457. $2^{3x-0,5} + 0,5\sqrt{2} > 1 + 2^{-3x}$. Відповідь: $x \in (1/6; \infty)$.

2.458. $2^{\sqrt{x+1}} < 1 + 3 \cdot 2^{2-\sqrt{x+1}}$. Відповідь: $x \in [-1; 3)$.

2.459. $13 + 7^{1-\sqrt{2x-5}} > 2 \cdot 7^{\sqrt{2x-5}}$. Відповідь: $x \in [5/2; 3)$.

2.460. $\frac{1}{2^{x+1} + 3} \leq \frac{1}{2^{x+2} - 1}$. Відповідь: $x \in (-2; 1]$.

2.461. $\frac{2}{2^x - 4} < \frac{1}{3 \cdot 2^{x+1} - 2}$. Відповідь: $x \in (-\log_2 3; 2)$.

2.462. $\frac{6}{3^x - 1} < 3^x$. Відповідь: $x \in (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$.

2.463. $\sqrt{2^x - 3} > 2^{x+2} - 15$. Відповідь: $x \in [\log_2 3; 2)$.

2.464. $\sqrt{36^x - 6^x - 2} \geq 5 - 6^x$. Відповідь: $x \in [\log_6 3; \infty)$.

2.465. $\sqrt{9^x + 2 \cdot 3^x - 3} \geq 2 - 3^x$. Відповідь: $x \in [\log_3 \frac{7}{6}; \infty)$.

2.466. $\sqrt{4^x - 2^x} < 6 - 2^x$. Відповідь: $x \in [0; \log_2 \frac{36}{11})$.

2.467. $2^{\frac{x+1}{x-2}} \geq 4$. Відповідь: $x \in (2; 5]$.

2.468. $(0, 5)^{\frac{x-1}{x+3}} < 0,5^2$. Відповідь: $x \in (-7, -3) \cup (-3, -5/3)$.

•

2.469. $2^{x^2+3x} - 8 \cdot 2^x > 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, -3) \cup (1, \infty)$.

2.470. $3^{x+1} < 9^{4x^2} / \sqrt{27}$. Відповідь: $x \in (-\infty; -1/2) \cup (5/8; \infty)$.

2.471. $(0, 3)^{1+\frac{2}{x-2}} < (0, 3)^{\frac{6}{x-1}}$. Відповідь: $x \in (-\infty, 1) \cup (2, 3) \cup (4, \infty)$.

•

$$2.472. \log_3 \frac{x+5}{x-1} \geq 0. \text{ Відповідь: } x \in (1; \infty).$$

$$2.473. \log_3 \frac{x+5}{x+1} \leq 0. \text{ Відповідь: } x \in (-\infty, -5).$$

$$2.474. \log_{(\sqrt{15}-\sqrt{7})} \frac{x+3}{x-3} \leq 0. \text{ Відповідь: } x \in (-\infty, -3).$$

$$2.475. \log_{1/3} \frac{x+2}{x-4} \geq 0. \text{ Відповідь: } x \in (-\infty, -2).$$

$$2.475.* [1, \S 12, \text{приклад 14, с. 64}]$$

$$\log_{1/3} \frac{4-x}{x+3} \geq 0. \text{ Відповідь: } x \in [1/2; 4).$$

$$2.476. \log_{1/6} \frac{x-3}{x+3} \geq 0. \text{ Відповідь: } x \in (3; +\infty).$$

$$2.477. \log_{(\sqrt{13}-\sqrt{7})} \frac{3x-1}{x+2} \geq 0. \text{ Відповідь: } x \in (1/3; 3/2].$$

$$2.478. \log_{1/2} \frac{4x+5}{6-5x} < -1. \text{ Відповідь: } x \in (1/2; 6/5).$$

$$2.479. \log_2 \frac{x-1}{x+3} \leq 2. \text{ Відповідь: } x \in (-\infty, -13/3] \cup (1; \infty).$$

$$2.480. \log_{1/2} \frac{3x+2}{x-4} \geq 1. \text{ Відповідь: } x \in [-8/5; -2/3).$$

$$2.481. \left| \log_5 \frac{x+5}{x-2} \right| \geq 1. \text{ Відповідь: } x \in [-27/4; -5) \cup (2; 15/4].$$

•

$$2.482. \log_{1/5} \log_4(x^2 - 5) > 0. \text{ Відповідь: } x \in (-3, -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}, 3).$$

$$2.482.* [1, \S 12, \text{приклад 15, с. 65}]$$

$$\log_{1/3} \log_5(x^2 - 4x) \leq 0. \text{ Відповідь: } x \in (-\infty, -1] \cup [5, \infty).$$

$$2.483. \log_{1/2} \log_2 \frac{1+2x}{x+1} > 0. \text{ Відповідь: } x \in (0, \infty).$$

$$2.484. \log_{0,5} \log_8 \frac{x^2 - 2x}{x-3} \leq 0. \text{ Відповідь: } x \in (3; 4] \cup [6, \infty).$$

$$2.485. \log_{1/3} \log_8 \frac{x^2 + 2x}{-x-3} \geq 0. \text{ Відповідь: } x \in [-6; -4].$$

$$2.486. \log_{0,2} \log_6 \frac{x^2 + x}{x+4} < 0. \text{ Відповідь: } x \in (-4; -3) \cup (8, \infty).$$

$$2.487. 3^{\log_2 \frac{x-1}{x+2}} < \frac{1}{9}. \text{ Відповідь: } x \in (1; 2).$$

$$2.488. 5^{\log_3 \frac{2}{x+2}} < 1. \text{ Відповідь: } x \in (0, \infty).$$

$$2.489. (1/3)^{\log_2(\log_{1/3}(2-x)^2 - 1)} < 1. \text{ Відповідь: } x \in (5/3; 2) \cup (2; 7/3).$$

•

$$2.490. \frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} < 1. \text{ Відповідь: } x \in (0; 1/10) \cup (100; 1000) \cup (10^5, \infty).$$

- 2.491. $\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{\log_2 x - 1} < 1$. Відповідь: $x \in (0; 1) \cup (2, \infty)$.
- 2.492. $\frac{\lg^2 x + \lg x - 6}{\lg x} > 0$. Відповідь: $x \in (10^{-3}; 1) \cup (100, \infty)$.
- 2.493. $\frac{\lg^2 x - 3\lg x + 3}{\lg x - 1} < 1$. Відповідь: $x \in (0; 10)$.
-
- 2.494. $\log_5 x - \log_x 25 \leq -1$. Відповідь: $x \in (0; 1/25] \cup (1; 5]$.
- 2.495. $2\log_x 9 - \log_3 x \geq 3$. Відповідь: $x \in (0; 1/81] \cup (1; 3]$.
- 2.496. $\log_{(x/3)} x + \log_{3x} x \geq 0$. Відповідь: $x \in (0; 1/3) \cup \{1\} \cup (3; \infty)$.
- 2.497. $\log_2 x^2 - 3\log_{|x|} 4 \leq -4$.
Відповідь: $x \in [-2; -1) \cup [-1/8; 0) \cup (0; 1/8] \cup (1; 2]$.
- 2.498. $\log_5 x^2 + 3\log_{|x|} 0,04 \leq 4$.
Відповідь: $x \in [-125; -1) \cup [-1/5; 0) \cup (0; 1/5] \cup (1; 125]$.
- 2.499. $(1/3)^{\log_2(4/x)\log_2(4x)} < (27)^{2+\log_2 x}$. Відповідь: $x \in (1/4; 32)$.
- 2.500. $(0, 5)^{\log_7(7/x)\log_7(7x)} > (1/8)^{1-\log_7 x}$. Відповідь: $x \in (0; 7) \cup (49; \infty)$.
- 2.501. $(0, 4)^{\log_3(3/x)\log_3(3x)} > (6, 25)^{\log_3 x^2 + 2}$. Відповідь: $x \in (0; 1/3) \cup (243; \infty)$.
- 2.502. $\log_x 2x \leq \sqrt{\log_x(2x^3)}$. Відповідь: $x \in (0; 1/\sqrt[3]{2}] \cup [2, \infty)$.
-
- 2.503. $\log_{2x}(x^2 - 5x + 6) < 1$. Відповідь: $x \in (0; 1/2) \cup (1; 2) \cup (3; 6)$.
- 2.503.* [1, § 12, приклад 19, с. 69]
 $\log_{2x}(3x - 1) \geq 1$. Відповідь: $x \in (1/3; 1/2) \cup [1, \infty)$.
- 2.504. $\log_{(x-2)}(x^2 - 8x + 26) > 1$. Відповідь: $x \in (3, \infty)$.
- 2.505. $\log_{x^2}(2 + x) < 1$. Відповідь: $x \in (-2, -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (2, \infty)$.
- 2.506. $\log_{(x+1)^2}(x + 3) > 1$. Відповідь: $x \in (0; 1)$.
- 2.507. $\log_{(x^2-x)}(x + 3) \leq 1$.
Відповідь: $x \in (-3, -1] \cup \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 0\right) \cup \left(1; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \cup [3, \infty)$.
- 2.508. $\log_x |x - 2| < 1$. Відповідь: $x \in (0; 1) \cup (1; 2) \cup (2; \infty)$.
- 2.509. $\log_x \log_2(4^x - 6) \leq 1$. Відповідь: $x \in (\log_4 7; \log_2 3]$.
- 2.510. $\log_x \log_9(3^x - 9) \leq 1$. Відповідь: $x \in (\log_3 10; \infty)$.
- 2.511. $\log_x \frac{4x + 5}{6 - 5x} < -1$. Відповідь: $x \in (1/2; 1)$.
- 2.512. $\log_{x^2} \frac{4x - 5}{|x - 2|} \geq \frac{1}{2}$. Відповідь: $x \in [-1 + \sqrt{6}; 2) \cup (2; 5]$.
- 2.513. $\log_{(x-\sqrt{2})} \frac{x + 7}{x - 2} \leq \log_{(x-\sqrt{2})}(2x)$. Відповідь: $x \in (2; 1 + \sqrt{2}) \cup [3, 5; \infty)$.
- 2.514. $\log_{(6x^2 - 5x + 1)^2} 2 > \log_{\sqrt{6x^2 - 5x + 1}} 2$. Відповідь: $x \in (0; 1/3) \cup (1/2; 5/6)$.
- 2.515. $\log_{\sqrt{\frac{x-6}{x-1}}} \sqrt{20} < \log_{\sqrt{\frac{x-6}{x-1}}}(2\pi - 3)$. Відповідь: $x \in (6, \infty)$.
- 2.516. $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{\frac{x+1}{x-3}}} 17 < \log_{\sqrt{\frac{x+1}{x-3}}}(\sqrt{\pi} + 2)$. Відповідь: $x \in (-\infty, -1)$.

•

2.517. $|x + 1|^{x^2} > |x + 1|^{2x+3}$. Відповідь: $x \in (-\infty, -2) \cup (-1; 0) \cup (3, \infty)$.

2.518. $|x - 2|^{x^2-6x+8} \geq 1$. Відповідь: $x \in (-\infty, 1] \cup (2; 3] \cup [4, \infty)$.

2.519. $|x - 2|^{\log_4(x+2) - \log_2 x} < 1$. Відповідь: $x \in (1; 2) \cup (3, \infty)$.

2.520. $x^{2-\log_2 x - \log_2 x^2} > \frac{1}{x}$. Відповідь: $x \in (0; 1/8) \cup (1; 2)$.

2.520.* [1, § 12, приклад 21, с. 70]

$\frac{1}{\sqrt{3x-5}} \leq (3x-5)^{\log_{1/25}(8-x)}$. Відповідь: $x \in (5/3; 2] \cup [3; 8)$.

•

2.521. $(x-6)\log_5(x-3) > 0$. Відповідь: $x \in (3; 4) \cup (6; \infty)$.

2.522. $(x^2-5x+6)\log_3(x-1) < 0$. Відповідь: $x \in (1; 2) \cup (2; 3)$.

2.523. $(x^2-5x+6)\log_3(x-1) > 0$. Відповідь: $x \in (3, \infty)$.

2.524. $(x^2-5x+6)\log_3(x-1) \leq 0$. Відповідь: $x \in (1; 3]$.

2.525. $(x^2-5x+6)\log_3(x-1) \geq 0$. Відповідь: $x \in \{2\} \cup [3, \infty)$.

2.526. $(x^2-5x-6)(2^x-64) \leq 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, -1] \cup \{6\}$.

2.527. $(6+5x-x^2)(2^{-x}-2) < 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, -1) \cup (-1; 6)$.

2.528. $\frac{9^x-4 \cdot 3^x+3}{x^2+x-2} \geq 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, -2) \cup [0; 1) \cup (1, \infty)$.

2.528.* [1, § 12, приклад 18, с. 66]

$\frac{4^x-5 \cdot 2^x+6}{x^2+4x-5} \leq 0$. Відповідь: $x \in (-5; 1) \cup (1, \log_2 3]$.

2.529. $\frac{3x-x^2-2}{4^x-5 \cdot 2^x+6} \leq 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, 1) \cup (1; \log_2 3) \cup [2, \infty)$.

2.530. $\frac{\log_4^2 x - 2\log_4 x - 3}{2x-x^2-2} \leq 0$. Відповідь: $x \in (0; 1/4] \cup [64; \infty)$.

Група Б

2.531. Знайти $\log_{54} 168$, если $\log_7 12 = a$, $\log_{12} 24 = b$. Відповідь: $\frac{1+ab}{a(8-5b)}$.

2.532. Знайти $\log_{140} 63$, если $\log_2 3 = a$, $\log_3 5 = b$, $\log_7 2 = c$.

Відповідь: $\frac{1+2ac}{2c+abc+1}$.

•

Розв'язати рівняння (завдання **2.533** – **2.548**):

2.533. $\frac{\lg x^2}{\lg(6x-5)} = 1$. Відповідь: $x = 5$.

2.534. $\frac{2\log_3(-x)}{\log_3(-3-4x)} = 1$. Відповідь: $x = -3$.

2.535. $\frac{\log_3(2x-1)-1}{\log_3(x-1)} = 2$. Відповідь: $x \in \emptyset$.

2.536. $\frac{1-\log_2(3x-7)}{\log_2(x-2)} = -2$. Відповідь: $x = 2, 5$.

2.537. $\frac{\log_2(3x-4)-1}{\log_2(x-1)} = 2$. Відповідь: $x = 1, 5$.

2.537.* [1, § 13, приклад 2, с. 72]

$\frac{x^2+3x-4}{\log_2(1-x)} = 0$. Відповідь: $x = -4$.

2.538. $2\log_2\log_2x + \log_{1/2}\log_2(2\sqrt{2}x) = 1$. Відповідь: $x = 8$.

2.539. $\log_2(2-x) - \log_2(2-\sqrt{x}) = \log_2\sqrt{2-x} - 0, 5$. Відповідь: $x \in \{0; 16/9\}$.

2.539.* [1, § 13, приклад 1, с. 71]

$(x^2+3x-4)\log_2(1-x) = 0$. Відповідь: $x \in \{-4; 0\}$.

•

2.540. $\log_{(x+1)}(x-0, 5) = \log_{(x-0,5)}(x+1)$. Відповідь: $x = 1$.

2.541. $4\sqrt{\log_7x} - \log_7(7x) - 2 = 0$. Відповідь: $x \in \{7, 7^9\}$.

2.542. $4\log_2(2x) - 5\sqrt{\log_2x} = 3$. Відповідь: $x \in \{2, \sqrt[16]{2}\}$.

2.543. $3x^{\lg x} - 2x^{-\lg x} = 1$. Відповідь: $x = 1$.

2.544. $5x^{\lg x} - 3x^{-\lg x} = 2$. Відповідь: $x = 1$.

2.545. $x^{\lg x} + 2x^{-\lg x} = 3$. Відповідь: $x \in \{1; 10^{\sqrt{\lg 2}}; 10^{-\sqrt{\lg 2}}\}$.

2.546. $2x^{\lg x} + 3x^{-\lg x} = 5$. Відповідь: $x \in \{1; 10^{\sqrt{\lg(3/2)}}; 10^{-\sqrt{\lg(3/2)}}\}$.

2.546.* [1, § 12, приклад 5, с. 60]

$9^x + \frac{1}{9^x} + 2\left(3^x + \frac{1}{3^x}\right) = 13$. Відповідь: $x = \log_3 \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

•

2.547. $\frac{1}{\sqrt{2x-3}} = (2x-3)^{\log_{1/16}(9x-x^2+1)}$. Відповідь: $x \in \left\{2, \frac{9+\sqrt{69}}{2}\right\}$.

2.547.* [1, § 12, приклад 20, с. 70]

$|x-2|^{x^2+2x} = |x-2|^x$. Відповідь: $x \in \{-1; 0; 1; 2; 3\}$.

2.548. $\frac{1}{\sqrt{4x-3}} = (4x-3)^{\log_{1/9}(2+5x-x^2)}$. Відповідь: $x \in \left\{1, \frac{5+\sqrt{21}}{2}\right\}$.

•

Розв'язати нерівності (завдання **2.549** – **2.565**):

2.549. $\log_2^2(x+2) + 2|\log_2(x+2)| - 8 \leq 0$. Відповідь: $x \in [-7/4; 2]$.

2.550. $\log_3^2(x+3) - 5|\log_3(x+3)| + 4 \geq 0$.

Відповідь: $x \in \left(-3, -2\frac{80}{81}\right] \cup \left[-2\frac{2}{3}; 0\right] \cup [78, \infty)$.

2.550.* [1, § 12, приклад 17, с. 65]

$\log_3^2x - 4|\log_3x| + 3 \geq 0$. Відповідь: $x \in (0; 1/27] \cup [1/3; 3] \cup [27, \infty)$.

•

2.551. $\sqrt{10x^2 - 21x + 2}\log_5(6x^2 - 6x + 1) \geq 0$.

Відповідь: $x \in (-\infty, 0] \cup \{1/10\} \cup [2, \infty)$.

2.552. $\sqrt{21x - 10x^2 - 2}\log_5(6x^2 - 6x + 1) \geq 0$. Відповідь: $x \in \{1/10\} \cup [1; 2]$.

2.553. $\sqrt{10x^2 - 21x + 2} \log_5(6x^2 - 6x + 1) \leq 0$. Відповідь: $x \in [0; 1/10] \cup \{2\}$.

2.554. $\sqrt{21x - 10x^2 - 2} \log_5(6x^2 - 6x + 1) \leq 0$.

Відповідь: $x \in \left[\frac{1}{10}, \frac{3 - \sqrt{3}}{6} \right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{3}}{6}, 1 \right] \cup \{2\}$.

2.554.* [1, § 13, приклад 3, с. 73]

$\sqrt{\log_2(1-x)}(x^2 + 3x - 4) \geq 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, -4] \cup \{0\}$.

2.555. $\sqrt{x^2 - 5x + 6} \log_3(x - 1) \geq 0$. Відповідь: $x \in \{2\} \cup [3, \infty)$.

2.556. $\sqrt{x^2 - 5x + 6} \log_3(x - 1) \leq 0$. Відповідь: $x \in (1; 2] \cup \{3\}$.

2.557. $\sqrt{x^2 - 5x + 6}(\log_3(x - 1) - 1) \geq 0$. Відповідь: $x \in \{2; 3\} \cup [4, \infty)$.

2.557.* [1, § 13, приклад 5, с. 75]

$|\log_5(3-x)|(x^2 + 3x - 4) \leq 0$. Відповідь: $x \in [-4; 1] \cup \{2\}$.

2.558. $\sqrt{x^2 - 13x + 40} \log_{1/3}|x - 2| \geq 0$. Відповідь: $x \in [1; 2) \cup (2; 3] \cup \{5; 8\}$.

2.558.* [1, § 13, приклад 4, с. 75]

$(x^2 + 3x - 4) \log_{5/2}(3 - x) > 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, -4) \cup (1; 2) \cup (2; 3)$.

2.559. $\frac{\sqrt{6-x-x^2}}{9^x - 4 \cdot 3^x + 3} \leq 0$. Відповідь: $x \in (0; 1) \cup \{-3; 2\}$.

2.560. $\frac{\sqrt{x^2 + x - 6}}{4^x - 11 \cdot 2^x + 24} \geq 0$. Відповідь: $x \in (-\infty, -3] \cup \{2\} \cup (3, \infty)$.

2.561. $\frac{\sqrt{x^2 + x - 6}}{4^x - 11 \cdot 2^x + 24} \leq 0$. Відповідь: $x \in \{-3\} \cup [2; 3)$.

•

2.562. $\sqrt{-x^2 - 3x + 4} |\log_{\operatorname{tg} x}(\sqrt{4-x} + 1)| \leq 0$. Відповідь: $x = 1$.

2.563. $\sqrt{4x^2 - 11x + 6} \log_{\cos(\pi x)}(|3x - 7| + 1) \leq 0$. Відповідь: $x = 7/3$.

2.564. $|(4x^2 + x - 3) \log_{\sin(\pi x)}(\sqrt{2x-1} + 1)| \leq 0$. Відповідь: $x = 3/4$.

2.565. $\sqrt{-x^2 - 2x + 3} |\log_{\operatorname{ctg} x}(|x + 1| + 1)| \leq 0$. Відповідь: $x \in \{-3; 1\}$.

2.5. Системи рівнянь з кількома невідомими

Група А

Розв'язати системи рівнянь (завдання **2.566** – **2.607**):

2.566. $\begin{cases} x + y = -4, \\ xy = -45. \end{cases}$ Відповідь: $\{(-9; 5); (5; -9)\}$.

2.567. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 65, \\ xy = 28. \end{cases}$ Відповідь: $\{(4; 7); (7; 4); (-7; -4); (-4; -7)\}$.

2.568. $\begin{cases} 4x^2 + 9y^2 = 34, \\ xy = 5/2. \end{cases}$

Відповідь: $\{(3/2; 5/3); (5/3; 1); (-3/2; -5/3); (-5/2, -1)\}$.

2.569. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 14, \\ x + y = 8. \end{cases}$ Відповідь: $\{(x, y) \in \emptyset\}$.