

**7.28.**  $x^4 - 2ax^2 + a = 0$ .

Відповідь: 1) при  $a \leq 0$   $x = \pm\sqrt{a + \sqrt{a^2 - a}}$ ; 2) при  $a \in (0; 1)$   $x \in \emptyset$ ;  
3) при  $a \geq 1$   $x = \pm\sqrt{a \pm \sqrt{a^2 - a}}$ .

**7.29.**  $ax^4 - 2x^2 - 3 = 0$ .

Відповідь: 1) при  $a \leq 0$   $x \in \emptyset$ ; 2) при  $a > 0$   $x = \pm\sqrt{\frac{1 + \sqrt{3a + 1}}{a}}$ .

**7.30.**  $ax^4 + 2(a - 1)x^2 + 1 = 0$ .

Відповідь: 1) при  $a < 0$   $x = \pm\sqrt{\frac{1 - a - \sqrt{a^2 - 3a + 1}}{a}}$ ; 2) при  $a = 0$   
 $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; 3) при  $a \in \left(0, \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right]$   $x = \pm\sqrt{\frac{1 - a \pm \sqrt{a^2 - 3a + 1}}{a}}$ ;  
4) при  $a > \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$   $x \in \emptyset$ .

**7.31.**  $ax^4 + 4x^2 + 5 - a = 0$ .

Відповідь: 1) при  $a < 0$   $x = \pm\sqrt{\frac{-2 - \sqrt{a^2 - 5a + 4}}{a}}$ ; 2) при  $a \in [0; 5)$   
 $x \in \emptyset$ ; 3) при  $a \geq 5$   $x = \pm\sqrt{\frac{-2 + \sqrt{a^2 - 5a + 4}}{a}}$ .

**7.32.**  $(a + 1)x^4 - 2(a - 1)x^2 + 1 = 0$ .

Відповідь: 1) при  $a < -1$   $x = \pm\sqrt{\frac{a - 1 - \sqrt{a^2 - 3a}}{a + 1}}$ ; 2) при  $a \in [-1; 3)$   
 $x \in \emptyset$ ; 3) при  $a \geq 3$   $x = \pm\sqrt{\frac{a - 1 \pm \sqrt{a^2 - 3a}}{a + 1}}$ .

**7.33.**  $(a + 1)x^4 + 2(a - 1)x^2 + 1 = 0$ .

Відповідь: 1) при  $a < -1$   $x = \pm\sqrt{\frac{1 - a - \sqrt{a^2 - 3a}}{a + 1}}$ ; 2) при  $a = -1$   
 $x = \pm 1/2$ ; 3) при  $a \in (-1; 0]$   $x = \pm\sqrt{\frac{1 - a \pm \sqrt{a^2 - 3a}}{a + 1}}$ ; 4) при  $a > 0$   
 $x \in \emptyset$ .

•

**7.34.**  $x^2 - 2x + a > 0$ .

Відповідь: 1) при  $a < 1$   $x \in (-\infty, 1 - \sqrt{1 - a}) \cup (1 + \sqrt{1 - a}, \infty)$ ;  
2) при  $a = 1$   $x \in (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$ ; 3) при  $a > 1$   $x \in \mathbf{R}$ .

**7.35.**  $x^2 + 2x + a \leq 0$ .

Відповідь: 1) при  $a < 1$   $x \in [-1 - \sqrt{1 - a}, -1 + \sqrt{1 - a}]$ ;  
2) при  $a = 1$   $x = -1$ ; 3) при  $a > 1$   $x \in \emptyset$ .

**7.36.**  $x^2 - (3a + 1)x + 2a^2 + a < 0$ .

Відповідь: 1) при  $a < -1$   $x \in (2a + 1, a)$ ; 2) при  $a = -1$   $x \in \emptyset$ ;  
3) при  $a > -1$   $x \in (a, 2a + 1)$ .

**7.36.\*** [1, § 45, приклад 7, с. 264]

$x^2 + 2(a-1)x - 8a - 8 < 0$ . Відповідь: 1) при  $a < -3$   $x \in (4; -2a - 2)$ ;

2) при  $a = -3$   $x \in \emptyset$ ; 3) при  $a > -3$   $x \in (-2a - 2; 4)$ .

**7.37.**  $x^2 - (3a+1)x + 2a^2 + a \geq 0$ .

Відповідь: 1) при  $a < -1$   $x \in (-\infty, 2a+1] \cup [a, \infty)$ ; 2) при  $a = -1$   $x \in \mathbf{R}$ ;

3) при  $a > -1$   $x \in (-\infty, a] \cup [2a+1, \infty)$ .

**7.38.**  $ax^2 - 4x - 2 < 0$ .

Відповідь: 1) при  $a \in (-\infty, -2)$   $x \in \mathbf{R}$ ;

2) при  $a = -2$   $x \in (-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$ ;

3) при  $a \in (-2; 0)$   $x \in \left(-\infty, \frac{2+\sqrt{2(2+a)}}{a}\right) \cup \left(\frac{2-\sqrt{2(2+a)}}{a}, \infty\right)$ ;

4) при

$a = 0$   $x \in (-1/2; \infty)$ ; 5) при  $a \in (0, \infty)$   $x \in \left(\frac{2-\sqrt{2(2+a)}}{a}, \frac{2+\sqrt{2(2+a)}}{a}\right)$ .

**7.38.\*** [1, § 45, приклад 8, с. 266]  $(a-1)x^2 - 2(a+2)x + a+1 \leq 0$ .

Відповідь: 1) при  $a > 1$   $x \in \left[\frac{a+2-\sqrt{4a+5}}{a-1}; \frac{a+2+\sqrt{4a+5}}{a-1}\right]$ ; 2) при

$a = 1$   $x \in [1/3, \infty)$ ; 3) при  $a \in (-5/4; 1)$   $x \in \left(-\infty, \frac{a+2+\sqrt{4a+5}}{a-1}\right] \cup$

$\cup \left(\frac{a+2-\sqrt{4a+5}}{a-1}, \infty\right)$ ; 4) при  $a \leq -5/4$   $x \in \mathbf{R}$ .

**7.39.**  $ax^2 + 2ax - x^2 + 4 \leq 0$ .

Відповідь: 1) при  $a < 1$   $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{2}{1-a}, \infty\right)$ ;

2) при  $a = 1$   $x \in (-\infty, -2]$ ; 3) при  $a \in (1; 2)$   $x \in \left[\frac{2}{1-a}, -2\right]$ ;

4) при  $a = 2$   $x = -2$ ; 5) при  $a > 2$   $x \in \left[-2, \frac{2}{1-a}\right]$ .

**7.40.**  $ax^2 - 2ax + 1 > 0$ .

Відповідь: 1) при  $a < 0$   $x \in \left(1 + \frac{\sqrt{a^2-a}}{a}, 1 - \frac{\sqrt{a^2-a}}{a}\right)$ ; 2) при  $a \in [0; 1)$

$x \in \mathbf{R}$ ; 3) при  $a \geq 1$   $\left(-\infty, 1 - \frac{\sqrt{a^2-a}}{a}\right) \cup \left(1 + \frac{\sqrt{a^2-a}}{a}, \infty\right)$ .

**7.41.**  $(a+2)x^2 - x - 2 < 0$ .

Відповідь: 1) при  $a < -17/8$   $x \in \mathbf{R}$ ; 2) при  $a = -17/8$

$x \in (-\infty, -4) \cup (-4, \infty)$ ; 3) при  $a \in (-17/8, -2)$

$x \in \left(-\infty, \frac{1+\sqrt{8a+17}}{2(a+2)}\right) \cup \left(\frac{1-\sqrt{8a+17}}{2(a+2)}, \infty\right)$ ; 4) при  $a = -2$   $x \in (2, \infty)$ ;

5) при  $a > -2$   $x \in \left(\frac{1-\sqrt{8a+17}}{2(a+2)}, \frac{1+\sqrt{8a+17}}{2(a+2)}\right)$ .

•  
**7.42.**  $\begin{cases} 2x < 3a + 2, \\ 3x > 2a + 1. \end{cases}$

Відповідь: 1) при  $a \leq -\frac{4}{5}$   $x \in \emptyset$ ; 2) при  $a > -\frac{4}{5}$   $x \in \left(\frac{2a+1}{3}, \frac{3a+2}{2}\right)$ .

•

**7.120.** При яких значеннях параметра  $a$  сума коренів рівняння  $x^2 + (8 - 2a - a^2)x + a = 0$  дорівнює нулю?

Відповідь:  $a = -4$ .

**7.121.** При яких значеннях параметра  $a$  з відрізка  $[\pi; 11\pi/8]$  корені рівняння  $x^2 + 2x\sqrt{\sin 2a} + \cos 2a = 0$  існують і різні?

Відповідь:  $a \in (9\pi/8; 11\pi/8]$ .

•

**7.122.** Знайти всі значення параметра  $a$ , при яких система

$$\begin{cases} ax + 2y = a + 2, \\ 2ax + (a + 1)y = 2a + 4 \end{cases} \quad \text{має хоча б один розв'язок.}$$

Відповідь:  $a \neq 0$ .

**7.123.** Знайти всі значення параметра  $a$ , при яких система

$$\begin{cases} (a - 5)x - 2y = a - 7, \\ (a + 1)x + ay = 3a \end{cases} \quad \text{не має розв'язків.}$$

Відповідь:  $a = 2$ .

**7.124.** Знайти всі значення параметрів  $a$  і  $b$ , при яких система

$$\begin{cases} (2a + b)x + 8y = 16, \\ 2x + (4a - 5b)y = 4 \end{cases} \quad \text{має безліч розв'язків.}$$

Відповідь:  $a = 3, b = 2$ .

**7.125.** Знайти всі значення параметра  $a$ , при яких система

$$\begin{cases} ax + y = 1, \\ x + ay = 1 \end{cases} \quad \text{має розв'язки } (x, y), \text{ що задовольняють умові}$$

$x^2 + y^2 = 4$ . Знайти ці розв'язки.

Відповідь: 1) при  $a = 1$ :  $\left\{ \left( \frac{1+\sqrt{7}}{2}; \frac{1-\sqrt{7}}{2} \right), \left( \frac{1-\sqrt{7}}{2}; \frac{1+\sqrt{7}}{2} \right) \right\}$ ;

2) при  $a = -1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ :  $\{(\sqrt{2}; \sqrt{2}), (-\sqrt{2}; -\sqrt{2})\}$ .

**7.125.\*** [1, § 45, приклад 21, с. 279]

При яких значеннях параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} ax + y = 4, \\ x + ay = 4 \end{cases} \quad \text{має розв'язки, що задовольняють умові } xy \geq 1? \text{ Знайти ці}$$

розв'язки.

Відповідь: умові  $xy \geq 1$  задовольняють: 1) при  $a = 1$  розв'язки  $(x; 4 - x)$ , де  $x \in [2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}]$ ; 2) при  $a \in [-5; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; 3]$  розв'язок

$$\left( \frac{4}{a+1}; \frac{4}{a+1} \right).$$

•

**7.126.** Знайти всі  $a$ , при яких система

$$\begin{cases} \sin x \cos y = a^2, \\ \sin y \cos x = a \end{cases} \quad \text{має розв'язки, і знайти ці розв'язки.}$$

Відповідь: при  $a \in \left[ \frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right]$