

Тема 10. Механічна робота. Потужність. Енергія.

Механічна робота (робота сили) A – це фізична величина, яка дорівнює добутку модуля сили F на модуль переміщення s , що його здійснює тіло під дією цієї сили, і на косинус кута α між вектором сили і вектором переміщення:

$$A = Fs \cos \alpha$$

Одиниця роботи в СІ – джоуль (Дж). 1 Дж дорівнює механічній роботі, яку виконує сила 1 Н, переміщуючи тіло на 1 м у напрямку дії цієї сили (1 Дж = 1 Н · м).

Робота сили, що діє на тіло, є величиною скалярною, але вона може бути додатною, від'ємною або дорівнювати нулю – залежно від того, куди напрямлена сила відносно напрямку руху самого тіла.

Якщо під час руху тіла кут між вектором сили і вектором переміщення змінюється, то повна робота сили дорівнює сумі робіт на кожній із ділянок такого руху.

Нехай сила, що діє на тіло, є постійною і напрямлена під певним кутом α до напрямку переміщення, причому вісь ОХ напрямлена у бік руху тіла. Тоді проекція сили на вісь ОХ $F_x = F \cos \alpha$, отже, $A = F_x s$, тобто *робота сили дорівнює добутку проекції сили на напрямок переміщення тіла і модуля переміщення тіла під дією цієї сили.*

Геометричний зміст роботи сили: *робота сили чисельно дорівнює площі фігури під графіком залежності проекції сили від модуля переміщення $F_x(s)$.*

Потужність

Потужність P – це фізична величина, яка характеризує швидкість виконання роботи й дорівнює відношенню роботи A до проміжку часу t , за який вона виконана:

$$P = \frac{A}{t}$$

Одиниця потужності в СІ – ват (1 Вт = 1 Дж/с).

Як одиницю потужності *Джеймс Ватт* (1736-1819) ввів *кінську силу*, яку іноді використовують і зараз: 1 к.с. = 746 Вт.

Якщо деяке тіло рухається з постійною швидкістю v , то його переміщення дорівнюватиме: $s = vt$, робота сили тяги становитиме:

$A = F_x s = F_x vt$, отже потужність можна обчислити за формулою:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{F_x vt}{t} = F_x v$$

Ця формула справджується й у випадку нерівномірного руху: тоді P – потужність в даний момент часу; F_x – проекція сили в даний момент часу; v – миттєва швидкість руху тіла.

Механічна енергія

Механічна енергія E – це фізична величина, яка характеризує здатність тіла (системи тіл) виконати роботу.

Одиниця енергії в СІ (як і роботи) – **джоуль** (Дж).

Під час виконання механічної роботи енергія тіла змінюється – *механічна робота є мірою зміни енергії тіла*.

У механіці розрізняють два види енергії – *кінетичну* та *потенціальну*.

Кінетична енергія E_k – це фізична величина, яка характеризує тіло, що рухається, і дорівнює половині добутку маси m тіла на квадрат швидкості v його руху:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Робота рівнодійної всіх сил, які діють на тіло, дорівнює зміні кінетичної енергії тіла:

$$A = E_k - E_{k0} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \Delta E_k,$$

де m – маса тіла, v_0 – початкова швидкість тіла, v – кінцева швидкість тіла.

Останній вираз є *математичним записом теореми про кінетичну енергію тіла*.

Якщо в початковий момент часу тіло є нерухомим ($v_0 = 0$), тобто $E_{к0} = 0$, то теорема про кінетичну енергію зводиться до рівності:

$$A = E_{к} = \frac{mv^2}{2}.$$

Кінетична енергія тіла, що рухається зі швидкістю v , дорівнює роботі, яку виконує сила для того, щоб надати нерухомому тілу даної швидкості.

Потенціальна енергія $E_{п}$ – це енергія, яку має тіло внаслідок взаємодії з іншими тілами або внаслідок взаємодії частин тіла між собою.

Потенціальна енергія тіла масою m , піднятого на висоту h поблизу поверхні Землі:

$$E_{п} = mgh.$$

Робота сили тяжіння дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій з протилежним знаком:

$$A = -(mgh - mgh_0) = -(E_{п} - E_{п0}) = -\Delta E_{п}.$$

Потенціальна енергія піднятого тіла залежить від вибору нульового рівня, від якого буде відлічуватись висота. Нульовий рівень слід вибирати з міркувань зручності.

Зміна потенціальної енергії, а отже і робота сили тяжіння від вибору нульового рівня не залежать.

Якщо тіло під дією сили тяжіння перемістилося на нульовий рівень ($h=0$), то $A = mgh_0 = E_{п0}$.

Потенціальна енергія піднятого тіла дорівнює роботі, яку виконує сила тяжіння в результаті переміщення тіла на нульовий рівень.

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла:

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2},$$

де x – видовження тіла.

Робота сили пружності дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій з протилежним знаком:

$$A = -\left(\frac{kx^2}{2} - \frac{kx_0^2}{2}\right) = -(E_{\text{п}} - E_{\text{п}0}) = -\Delta E_{\text{п}}.$$

Якщо сила пружності, виконуючи роботу, повернула тіло в недеформований стан, то $x = 0$, тоді $A = \frac{kx_0^2}{2} = E_{\text{п}0}$.

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла дорівнює роботі, яку виконає сила пружності, повертаючи тіло в недеформований стан.

Робота потенціальних сил, які діють на тіло, дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій з протилежним знаком:

$$A = -(E_{\text{п}} - E_{\text{п}0}) = -\Delta E_{\text{п}}.$$

Даний вираз є *математичним записом теорема про потенціальну енергію.*

Принцип мінімуму потенціальної енергії:

Стан із меншою потенціальною енергією є енергетично вигідним. Будь-яка замкнена система прагне перейти в такий стан, в якому її потенціальна енергія є мінімальною.

Закон збереження повної механічної енергії

Повна механічна енергія системи тіл – це сума кінетичної та потенціальної енергій системи:

$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}}.$$

Повна механічна енергія замкненої системи тіл за відсутністю в системі сил тертя не змінюється з часом, тобто зберігається:

$$E_{к0} + E_{п0} = E_{к} + E_{п} .$$

Остання рівність являє собою *математичний запис закону збереження повної механічної енергії*.

Наприклад, для замкненої системи двох тіл, що взаємодіють, маємо:

$$(E_1 + E_2)_{\text{до взаємодії}} = (E_1 + E_2)_{\text{після}} ,$$

або більш детально:

$$(E_{к1} + E_{п1} + E_{к2} + E_{п2})_{\text{до взаємодії}} = (E_{к1} + E_{п1} + E_{к2} + E_{п2})_{\text{після}} .$$

У природі не існує рухів, які не супроводжувались би тертям. Сила тертя завжди напрямлена проти руху тіла, тому в процесі руху вона виконує від'ємну роботу. При цьому повна механічна енергія системи буде зменшуватись, а робота сили тертя дорівнюватиме:

$$A_{\text{тертя}} = E - E_0 ,$$

де $A_{\text{тертя}}$ – робота сили тертя; E_0 – механічна енергія системи на початку спостереження; E – механічна енергія системи наприкінці спостереження.

Енергія нікуди не зникає й нізвідки не з'являється: вона лише перетворюється з одного виду на інший, передається від одного тіла до іншого.

Пружний і абсолютно непружний удари

Удар (зіткнення) – це короткочасна взаємодія тіл, у ході якої вони безпосередньо торкаються одне одного.

Оскільки систему тіл, що стикаються, можна вважати замкненою (під час удару внутрішні сили в системі в багато разів більші за зовнішні сили), то *під час удару виконується закон збереження імпульсу*.

До і після удару потенціальні енергії тіл дорівнюють нулю. Повна механічна енергія E_0 тіл на початку удару й повна механічна енергія E тіл наприкінці удару дорівнюють сумі кінетичних енергій цих тіл:

$$E_0 = \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2}; \quad E = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Якщо після зіткнення сумарна кінетична енергія зберігається ($E_0 = E$), то таке зіткнення називають **пружним ударом**. Якщо після зіткнення сумарна кінетична енергія не зберігається ($E_0 > E$), то таке зіткнення називають **непружним ударом**.

Абсолютно neprужний удар – зіткнення тіл, у результаті якого тіла рухаються як єдине ціле.

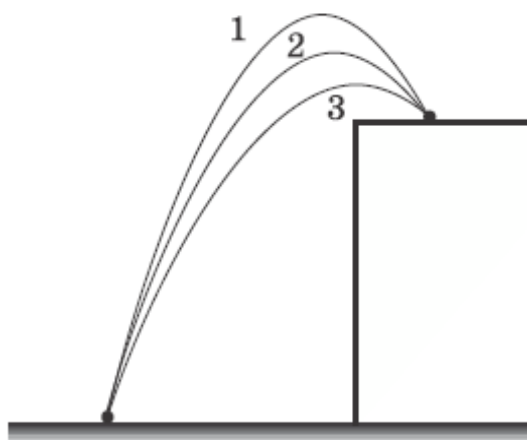
Пружний удар – зіткнення тіл, за якого деформація тіл виявляється оборотною, тобто повністю зникає після припинення взаємодії.

Приклад 1. У якому випадку сила виконує додатну роботу?



Відповідь: 3.

Приклад 2. Хлопчик закинув з поверхні землі на дах будинку три однакові м'ячі за трьома траєкторіями (див. рисунок). Порівняйте роботу, яку виконала сила тяжіння під час руху м'яча за кожною з траєкторій.



- А $A_1 < A_2 < A_3$
- Б $A_1 > A_2 > A_3$
- В $A_1 < A_3 < A_2$
- Г $A_2 = A_1 = A_3$

Відповідь: Г.

Приклад 3. Яку мінімальну роботу потрібно виконати, щоб пересунути брусок масою 4 кг по столу на 1,5 м? Коефіцієнт тертя між столом та бруском становить 0,25. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Робота мінімальна тоді, коли брусок рухається рівномірно ($a=0$). Тоді $F=F_{\text{тертя}}$, $A=-A_{\text{тертя}}=F_{\text{тертя}} * s = 0,25*4*10*1,5=15 \text{ (Дж)}$.

Відповідь: 15 Дж.

Приклад 4. Для того, щоб збільшити потужність у два рази, потрібно:

- А) зменшити виконану за той самий час роботу у два рази;
- Б) зменшити час виконання роботи у два рази;
- В) зменшити виконану роботу у два рази й одночасно збільшити час виконання роботи у два рази;
- Г) збільшити виконану роботу у два рази й одночасно зменшити час виконання роботи у два рази.

Відповідь: Б.

Приклад 5. Тіло масою 200 г знаходиться на висоті 40 м над поверхнею землі. Обчисліть потенціальну енергію тіла відносно поверхні землі. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Відповідь: 80 Дж.

Приклад 6. Пружину жорсткістю 200 Н/м розтягнули з недеформованого стану на 4 см. Обчисліть потенціальну енергію деформованої пружини.

Відповідь: 0,16 Дж.

Приклад 7. До пружини жорсткістю 1 кН/м підвісили тіло масою 10 кг. Визначте потенціальну енергію пружно деформованої пружини. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$F_{\text{пруж}} = F_{\text{тяж}}, \quad kx = mg, \quad x = mg/k = 10 \cdot 10 / 1000 = 0,1 \text{ (м)}$$

$$E_{\text{п}} = 1000 \cdot 0,1 \cdot 0,1 / 2 = 5 \text{ (Дж)}$$

Відповідь: 5 Дж.

Приклад 8. Яку кінетичну енергію має тіло масою 20 кг, якщо воно рухається зі швидкістю 18 км/год?

$$E_{\text{к}} = 20 \cdot 5 \cdot 5 / 2 = 250.$$

Відповідь: 250 Дж.

Приклад 9. Кулька без початкової швидкості почала вільно падати з висоти 30 м. На якій висоті її потенціальна енергія відносно землі буде вдвічі меншою за її кінетичну енергію?

$$E_{\text{п}} = 0,5 \cdot E_{\text{к}}, \quad h_0 = 30 \text{ м}, \quad E_{\text{к}} = 2E_{\text{п}}$$

$$E_{\text{п}0} + E_{\text{к}0} = E_{\text{п}} + E_{\text{к}}, \quad mgh_0 + 0 = E_{\text{п}} + 2E_{\text{п}}, \quad mgh_0 = 3mgh, \quad h = h_0 / 3 = 30 / 3 = 10 \text{ (м)}$$

Відповідь: 10 м.

Приклад 10. Стиснута пружина пружинного пістолета має потенціальну енергію 20 Дж. Яку максимальну швидкість вона може надати кульці масою 100 г?

$$E_k = E_{п0} = 20 \text{ Дж}, \quad mv^2/2 = 20, \quad 0,1v^2 = 40, \quad v^2 = 400, \quad v = 20 \text{ м/с}.$$

Відповідь: 20 м/с.

Приклад 11. За допомогою важеля піднімають вантаж. До короткого плеча важеля прикладена сила, яка виконує роботу 2 кДж. Якою є маса вантажу, якщо його було піднято на 50 см? Тертя відсутнє, вагою важеля знехтуйте. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$A_1 = A_2 = 2000, \quad mgh = 2000, \quad m \cdot 10 \cdot 0,5 = 2000, \quad m = 400 \text{ кг}$$

Відповідь: 400 кг.

Приклад 12. Установіть відповідність між прикладами руху тіл та тим, як змінюються енергії тіл.

1 Брусок, який спочатку рухався по гладенькій горизонтальній поверхні, в'їжджає на шорстку ділянку	А Потенціальна енергія бруска зменшується
2 Брусок рівномірно зісковзує по похилій площині	Б Потенціальна енергія бруска збільшується
3 Брусок рівномірно тягнуть по горизонтальному столу	В Кінетична енергія бруска зменшується
4 Брусок рівномірно тягнуть вгору по похилій площині	Г Кінетична енергія бруска збільшується
	Д Потенціальна та кінетична енергії бруска не змінюються

Відповідь: 1 – В, 2 – А, 3 – Д, 4 – Б.

Приклад 13. Установіть відповідність між прикладами руху тіл за знаками роботи, яку виконують сили, що діють на тіла, або перетвореннями енергії тіл.

1	Ракета злітає з космодрому
2	Кулька вільно падає
3	Стиснута попередньо пружина закриває вхідні двері
4	Автомобіль розганяється без проковзування шин по дорозі

А	Сила тяжіння виконує від'ємну роботу
Б	Сила пружності виконує додатну роботу
В	Потенціальна енергія перетворюється на кінетичну
Г	Кінетична енергія перетворюється на потенціальну
Д	Сила тертя спокою виконує додатну роботу

Відповідь: 1 – А, 2 – В, 3 – Б, 4 – Д.

Приклад 14. Установіть відповідність між зміною потенціальної й кінетичної енергії та прикладами руху тіл.

1	Потенціальна та кінетична енергія тіла не змінюються
2	Потенціальна енергія тіла зростає, кінетична — не змінюється
3	Кінетична енергія тіла зростає, потенціальна — не змінюється
4	Потенціальна енергія тіла зменшується, кінетична — зростає

А	Старт автомобіля на перегонах на горизонтальній ділянці дороги
Б	Бурулька падає з даху будинку
В	Рух супутника Землі по коловій траєкторії
Г	Літак сідає на аеродром
Д	Спортсмен натягує тятиву лука

Відповідь: 1 – В, 2 – Д, 3 – А, 4 – Б.

Приклад 15. Визначте кількість теплоти, яка виділилась під час абсолютно непружного зіткнення двох однакових кульок масою 2 кг кожна, якщо перша до зіткнення рухалась зі швидкістю 10 м/с, а друга була нерухомою.

$$v_0 = 10 \text{ м/с}, m = 2 \text{ кг}$$

$$mv_0 = 2mv, v = 0,5v_0 = 5 \text{ м/с}$$

$$E_0 = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{2 \cdot 100}{2} = 100 \text{ Дж}$$

$$E = \frac{4 \cdot 25}{2} = 50 \text{ Дж}$$

$$Q = E_0 - E = 100 - 50 = 50.$$

Відповідь: 50 Дж.

Приклад 16. Визначте кінетичну енергію (у мегаджоулях) спортивного автомобіля масою 500 кг, який бере участь у перегонах, на відстані 200 м від старту. Автомобіль весь час рухається під дією сили тяги двигуна 2 кН, коефіцієнт опору руху становить 0,1. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Відповідь: 0,3 МДж.

Приклад 17. На нерухому кульку масою 4 кг налітає кулька масою 1 кг і відлітає назад. Визначте швидкість, з якою почне рухатись після зіткнення важча кулька, якщо легша кулька до зіткнення мала швидкість 5 м/с. Зіткнення абсолютно пружне.

Відповідь: 2 м/с.

Приклад 18. Яку потужність розвиває двигун моторного човна, якщо за швидкості 27 км/год сила опору руху становить 3 кН?

Відповідь: 22,5 кВт.

Приклад 19. Тіло масою 1 кг вільно падає з висоти 15 м. Знайти роботи сили тяжіння на всьому шляху. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Приклад 20. Потенціальна енергія пружини, яку видовжили на 2 см, складає 0,01 Дж. Знайдіть жорсткість пружини.

Приклад 21. Тіло масою 0,1 кг кинули вертикально вгору, надавши йому початкову швидкість 20 м/с. Визначте потенціальну енергію у верхній точці польоту. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Приклад 22. Тіло масою 1 кг вільно падає без початкової швидкості з деякої висоти. Знайдіть потужність сили тяжіння через 3 с польоту. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Відповідь: 300 Вт.

Приклад 23. Тіло масою 2 кг кидають під кутом 60° до горизонту зі швидкістю 20 м/с. Знайдіть потенціальну енергію тіла у верхній точці траєкторії польоту. Опором повітря знехтуйте. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Відповідь: 300 Дж.

Приклад 24. Куля масою 100 г, яка рухалась зі швидкістю 1 м/с, налітає на таку ж саме нерухому кулю. Після абсолютно пружного удару перша куля зупинилась. Чому дорівнює енергія другої кулі після удару?

Відповідь: 0,05 Дж.

Домашнє завдання:

основне: приклади 16-24, № 1.138, 1.139, 1.142, 1.143, 1.144, 1.155, 1.156, 1.157, 1.158, 1.159, 1.164.

додаткове: 1.140, 1.141, 1.152, 1.153, 1.161.