

Тема 11. Імпульс. Закон збереження імпульсу.

Запишемо другий закон Ньютона у вигляді: $\vec{F} = \frac{m(\vec{v}-\vec{v}_0)}{t}$ (тут ми використали формулу для визначення прискорення $\vec{a} = \frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$). Помноживши обидві частини рівності на t , маємо:

$$\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0. \quad (1)$$

Добуток $\vec{F}t$ називають *імпульсом сили*. Ця величина визначає одночасно і силу, і тривалість дії, необхідної для того, щоб змінити швидкість руху тіла масою m від \vec{v}_0 до \vec{v} .

Імпульс сили – це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку сили на час її дії: $\vec{F}t$.

Одиниця імпульсу сили в СІ – ньютон-секунда (Н · с).

У правій частині рівності (1) маємо зміну деякої величини $m\vec{v}$. Цю величину називають *імпульсом тіла* або *кількістю руху*.

Імпульс тіла \vec{p} – це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку маси m тіла на швидкість \vec{v} його руху:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Одиниця імпульсу тіла в СІ – кілограм-метр на секунду (кг · м/с).

На відміну від імпульсу сили *імпульс тіла залежить від вибору системи відліку*, тому що від її вибору залежить швидкість руху тіла.

Введення понять імпульсу сили й імпульсу тіла дає змогу сформулювати *другий закон Ньютона в імпульсному вигляді: зміна імпульсу тіла дорівнює імпульсу сили, яка діє на це тіло:*

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}t, \text{ або } \vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}t.$$

З останньої рівності отримаємо ще один запис другого закону Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{t}.$$

Декілька тіл, що взаємодіють одне з одним, утворюють *систему тіл*. Сили, які характеризують взаємодію тіл системи між собою, називають *внутрішніми силами системи*. Якщо тіла взаємодіють

тільки внутрішніми силами, то таку систему тіл називають замкненою.

Замкнена система тіл – це така система тіл, на яку не діють зовнішні сили, а будь-які зміни стану цієї системи є результатом дії внутрішніх сил системи.

Закон збереження імпульсу

У замкненій системі тіл геометрична сума імпульсів тіл до взаємодії дорівнює геометричній сумі імпульсів тіл після взаємодії.

Закон збереження імпульсу справджується для замкненої системи, що містить будь-яку кількість тіл, – це загальний, фундаментальний закон фізики. Тому в загальному випадку математичний вираз для закону збереження імпульсу виглядає так:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} + \dots + m_n \vec{v}_{0n} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n;$$
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = const ,$$

де m_i – маси тіл, що утворюють замкнену систему; \vec{v}_{0i} – швидкості руху тіл системи до взаємодії; \vec{v}_i – швидкості руху тіл системи після взаємодії; n – кількість тіл, які взаємодіють; \vec{p}_i – імпульси тіл у деякий довільний момент часу.

При розв'язанні задач важливим є випадок взаємодії двох тіл. Для нього закон збереження імпульсу записується наступним чином:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2, \text{ або } \vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 .$$

Приклад 1. По дорозі зі швидкістю 72 км/год рухається автомобіль масою 2 т. Обчисліть його імпульс.

$$p = mv = 2000 \cdot 20 = 40000 \text{ (кг} \cdot \text{м/с)}$$

Відповідь: 40000 кг · м/с.

Приклад 2. Залежність координати тіла від часу задано рівнянням $x = 2 + 4t - 1,5t^2$. Обчисліть імпульс тіла через 4 с після початку руху. Маса тіла становить 5 кг.

$$v_0 = 4 \text{ м/с}, a/2 = -1,5, a = -3 \text{ м/с}^2.$$

$$v = v_0 + at = 4 - 3t, v(4) = 4 - 3 \cdot 4 = -8 \text{ м/с}$$

$$p = mv = 5 \cdot 8 = 40 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

Відповідь: 40 кг · м/с.

Приклад 3. Обчисліть значення сили, під дією якої вантажівка протягом 12 с змінила свій імпульс на 150000 кг · м/с.

$$\vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{t} = \frac{\Delta \vec{p}}{t} = \frac{150000}{12} = 12500 \text{ (Н)}$$

Відповідь: 12,5 кН.

Приклад 4. Тіло масою 2 кг рухалось у певному напрямку зі швидкістю 12 м/с. Під дією сили 6 Н тіло набуло швидкості 6 м/с у протилежному напрямку. Який час на тіло діяла сила?

$$\vec{p}_0 = m\vec{v}_0 = 2 \cdot 12 = 24,$$

$$\vec{p} = m\vec{v} = 2 \cdot (-6) = -12$$

$$\vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{t}, \quad t = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{\vec{F}} = \frac{|-12 - 24|}{6} = 6 \text{ с.}$$

Відповідь: 6 с.

Приклад 5. Тіло зісковзує по похилій площині за 2 с. На яку величину змінився імпульс тіла за цей час, якщо рівнодійна сила, що діяла на тіло, дорівнювала 10 Н?

$$\vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{t} = \frac{\Delta \vec{p}}{t}, \quad \Delta \vec{p} = Ft = 10 \cdot 2 = 20.$$

Відповідь: 20 кг · м/с.

Приклад 6. Вагон масою 40 т, що рухається зі швидкістю 3 м/с, зчеплюється з нерухомим вагоном масою 20 т. Знайти швидкість вагонів після зчеплення.

$$m_1 = 40 \text{ т}, v_{01} = 3 \text{ м/с}, m_2 = 20 \text{ т}, v_{02} = 0$$

$$m = m_1 + m_2 = 60 \text{ т}, v = ?$$

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m v, 40 \cdot 3 + 20 \cdot 0 = 60 v, v = 120/60 = 2 \text{ м/с}.$$

Відповідь: 2 м/с.

Приклад 7. Людина зістрибує з візка, що спочатку був нерухомим, зі швидкістю 3 м/с. У якому напрямку і з якою швидкістю почне рухатись візок, якщо його маса вдвічі більша за масу людини?

$$m_2 = 2m_1, v_1 = 3 \text{ м/с}$$

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$0 = 3m_1 + 2m_1 \vec{v}_2, \quad \vec{v}_2 = -\frac{3m_1}{2m_1} = -1,5 \text{ м/с}$$

Відповідь: протилежно до напрямку стрибка зі швидкістю 1,5 м/с.

Приклад 8. Вагон з піском загальною масою 20 т їде за інерцією горизонтальною ділянкою залізничного полотна зі швидкістю 2 м/с. У вагон падає 5 т піску і залишається в ньому. Визначте швидкість вагона після падіння цієї порції піску. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$m_{01} = 20 \text{ т}, v_{01} = 2 \text{ м/с}, m_2 = 5 \text{ т}.$$

$$m_{01} v_{01} = (m_{01} + m_2) v_1, 20 \cdot 2 = (20 + 5) \cdot v_1, v_1 = 40/25 = 1,6 \text{ м/с}.$$

Відповідь: 1,6 м/с.

Приклад 9 (№ 126). Снаряд, що летів горизонтально зі швидкістю 300 м/с, після вибуху розривається на два осколки, маси яких відносяться як 1:2. Менший осколок після вибуху летить протилежно до напрямку руху снаряду зі швидкістю 400 м/с. З якою швидкістю відлітає більший осколок?

$m_{01} = m$ – маса снаряду до вибуху, m_1, m_2 – маси осколків, $m_1 + m_2 = m$,
 $m_1:m_2 = 1:2$, $m_1 = 1/3m$, $m_2 = 2/3m$. Нехай маса меншого осколку = x ,
тоді маса більшого осколку = $2x$, а загальна маса снаряду до вибуху = $3x$.
 $v_0 = 300$ м/с, $v_1 = -400$ м/с.

$m_{01}v_0 = m_1v_1 + m_2v_2$, $3x*300 = x*(-400) + 2x*v_2$, $2x*v_2 = 1300x$,
 $v_2 = 1300/2 = 650$ м/с.

Відповідь: 650 м/с.

Домашнє завдання: №№ 50, 54, 63, 77, 78, 79, 85, 92, 123, 125, 127.