

Тема 13. Закон збереження енергії. Потужність.

Закон збереження повної механічної енергії

Повна механічна енергія системи тіл – це сума кінетичної та потенціальної енергій системи:

$$E = E_k + E_p .$$

Повна механічна енергія замкненої системи тіл **за відсутністю в системі сил тертя** не змінюється з часом, тобто зберігається:

$$E_{k0} + E_{p0} = E_k + E_p .$$

Остання рівність являє собою *математичний запис закону збереження повної механічної енергії*.

Наприклад, для замкненої системи двох тіл, що взаємодіють, маємо:

$$(E_1 + E_2)_{\text{до взаємодії}} = (E_1 + E_2)_{\text{після}} ,$$

або більш детально:

$$(E_{k1} + E_{p1} + E_{k2} + E_{p2})_{\text{до взаємодії}} = (E_{k1} + E_{p1} + E_{k2} + E_{p2})_{\text{після}} .$$

У природі не існує рухів, які не супроводжувались би тертям. Сила тертя завжди напрямлена проти руху тіла, тому в процесі руху вона виконує від'ємну роботу. При цьому повна механічна енергія системи буде зменшуватись, а робота сили тертя дорівнюватиме:

$$A_{\text{тертя}} = E - E_0 ,$$

де $A_{\text{тертя}}$ – робота сили тертя; E_0 – механічна енергія системи на початку спостереження; E – механічна енергія системи наприкінці спостереження.

Енергія нікуди не зникає й нізвідки не з'являється: вона лише перетворюється з одного виду на інший, передається від одного тіла до іншого.

Пружний і абсолютно непружний удари

Удар (зіткнення) – це короткочасна взаємодія тіл, у ході якої вони безпосередньо торкаються одне одного.

Оскільки систему тіл, що стикаються, можна вважати замкненою (під час удару внутрішні сили в системі в багато разів більші за зовнішні сили), то *під час удару виконується закон збереження імпульсу*.

До і після удару потенціальні енергії тіл дорівнюють нулю. Повна механічна енергія E_0 тіл на початку удару й повна механічна енергія E тіл наприкінці удару дорівнюють сумі кінетичних енергій цих тіл:

$$E_0 = \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2}; \quad E = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Якщо після зіткнення *сумарна кінетична енергія зберігається* ($E_0 = E$), то таке зіткнення називають **пружним ударом**. Якщо після зіткнення *сумарна кінетична енергія не зберігається* ($E_0 > E$), то таке зіткнення називають **непружним ударом**.

Абсолютно neprужний удар – зіткнення тіл, у результаті якого тіла рухаються як єдине ціле.

Пружний удар – зіткнення тіл, за якого деформація тіл виявляється оборотною, тобто повністю зникає після припинення взаємодії.

Потужність

Потужність P – це фізична величина, яка характеризує швидкість виконання роботи й дорівнює відношенню роботи A до проміжку часу t , за який вона виконана:

$$P = \frac{A}{t}$$

Одиниця потужності в СІ – ват (1 Вт = 1 Дж/с).

Як одиницю потужності *Джеймс Ватт (1736-1819) ввів кінську силу*, яку іноді використовують і зараз: 1 к.с. = 746 Вт.

Якщо деяке тіло рухається з постійною швидкістю v , то його переміщення дорівнюватиме: $s = vt$, робота сили тяги становитиме:

$A = F_x s = F_x vt$, отже потужність можна обчислити за формулою:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{F_x vt}{t} = F_x v$$

Ця формула справджується й у випадку нерівномірного руху: тоді P – потужність в даний момент часу; F_x – проекція сили в даний момент часу; v – миттєва швидкість руху тіла.

Приклад 1. Для того, щоб збільшити потужність у два рази, потрібно:

- А) зменшити виконану за той самий час роботу у два рази;
- Б) зменшити час виконання роботи у два рази;
- В) зменшити виконану роботу у два рази й одночасно збільшити час виконання роботи у два рази;
- Г) збільшити виконану роботу у два рази й одночасно зменшити час виконання роботи у два рази.

Відповідь: Б.

Приклад 2. Кулька без початкової швидкості почала вільно падати з висоти 30 м. На якій висоті її потенціальна енергія відносно землі буде вдвічі меншою за її кінетичну енергію?

$$E_{k0} = 0, E_{п0} = mgh_0, h_0 = 30 \text{ м}, E_{п} = 0,5E_k, E_k = 2E_{п}$$

$$E_{k0} + E_{п0} = E_k + E_{п}, 0 + mgh_0 = 2E_{п} + E_{п} = 3E_{п} = 3mgh,$$

$$h = h_0/3 = 30/3 = 10 \text{ м}.$$

Відповідь: 10 м.

Приклад 3. Стиснута пружина пружинного пістолета має потенціальну енергію 20 Дж. Яку максимальну швидкість вона може надати кульці масою 100 г?

$$E_k = E_{п0} = 20 \text{ Дж}, mv^2/2 = 20, 0,1v^2 = 40, v^2 = 400, v = 20 \text{ м/с}.$$

Відповідь: 20 м/с.

Приклад 4. Визначте кількість теплоти, яка виділилась під час абсолютно непружного зіткнення двох однакових кульок масою 2 кг кожна, якщо перша до зіткнення рухалась зі швидкістю 10 м/с, а друга була нерухомою.

$$v_0=10 \text{ м/с}, m=2 \text{ кг}$$

Закон збереження імпульсу: $mv_0 + 0 = 2mv$, $v=0,5v_0=5 \text{ м/с}$

$$E_0 = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{2 \cdot 100}{2} = 100 \text{ Дж}$$

$$E = \frac{4 \cdot 25}{2} = 50 \text{ Дж}$$

$$Q = E_0 - E = 100 - 50 = 50 \text{ Дж.}$$

Відповідь: 50 Дж.

Приклад 5. Визначте кінетичну енергію (у мегаджоулях) спортивного автомобіля масою 500 кг, який бере участь у перегонах, на відстані 200 м від старту. Автомобіль весь час рухається під дією сили тяги двигуна 2 кН, коефіцієнт опору руху становить 0,1. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$ma = F - \mu mg, a = \frac{F}{m} - \mu g = \frac{2000}{500} - 0,1 \cdot 10 = 4 - 1 = 3 \text{ м/с}^2.$$

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{v^2}{2a}, \quad v^2 = 2Sa = 2 \cdot 200 \cdot 3 = 1200$$

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{500 \cdot 1200}{2} = 300000 \text{ Дж} = 0,3 \text{ МДж.}$$

Відповідь: 0,3 МДж.

Приклад 6. На нерухому кульку масою 4 кг налітає кулька масою 1 кг і відлітає назад. Визначте швидкість, з якою почне рухатись після зіткнення важча кулька, якщо легша кулька до зіткнення мала швидкість 5 м/с. Зіткнення абсолютно пружне.

$$m_1 = 1 \text{ кг}, m_2 = 4 \text{ кг}, v_{10}=5 \text{ м/с}, v_{20} = 0$$

$$m_1 v_{10} = -m_1 v_1 + m_2 v_2, 5 = -v_1 + 4v_2$$

$$E_{10} = E_1 + E_2, \frac{1 \cdot 25}{2} = \frac{1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{4 \cdot v_2^2}{2}, 25 = v_1^2 + 4v_2^2$$

$$v_1 = 3 \text{ м/с}, v_2 = 2 \text{ м/с}.$$

Відповідь: 2 м/с.

Приклад 7. Яку потужність розвиває двигун моторного човна, якщо за швидкості 27 км/год сила опору руху становить 3 кН?

$$P = Fv = 3000 \cdot 7,5 = 22500 \text{ Вт} = 22,5 \text{ кВт}.$$

Відповідь: 22,5 кВт.

Приклад 8. Тіло масою 1 кг вільно падає з висоти 15 м. Знайти роботи сили тяжіння на всьому шляху. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$A = -(E_{\text{п}} - E_{\text{п0}}) = -(0 - mgh) = 1 \cdot 10 \cdot 15 = 150 \text{ Дж}.$$

Відповідь: 150 Дж.

Приклад 9. Потенціальна енергія пружини, яку видовжили на 2 см, складає 0,01 Дж. Знайдіть жорсткість пружини.

Приклад 10. Тіло масою 0,1 кг кинули вертикально вгору, надавши йому початкову швидкість 20 м/с. Визначте потенціальну енергію у верхній точці польоту. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Приклад 11. Тіло масою 1 кг вільно падає без початкової швидкості з деякої висоти. Знайдіть потужність сили тяжіння через 3 с польоту. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Відповідь: 300 Вт.

Приклад 12. Тіло масою 2 кг кидають під кутом 60° до горизонту зі швидкістю 20 м/с. Знайдіть потенціальну енергію тіла у верхній точці траєкторії польоту. Опором повітря знехтуйте. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Відповідь: 300 Дж.

Приклад 13. Куля масою 100 г, яка рухалась зі швидкістю 1 м/с, налітає на таку ж саме нерухому кулю. Після абсолютно пружного удару перша куля зупинилась. Чому дорівнює енергія другої кулі після удару?

Відповідь: 0,05 Дж.

Домашнє завдання: №№ 103, 108, 109, 111, 114, 118, 119, 122, 130, 141, 142, приклади 9 – 13.