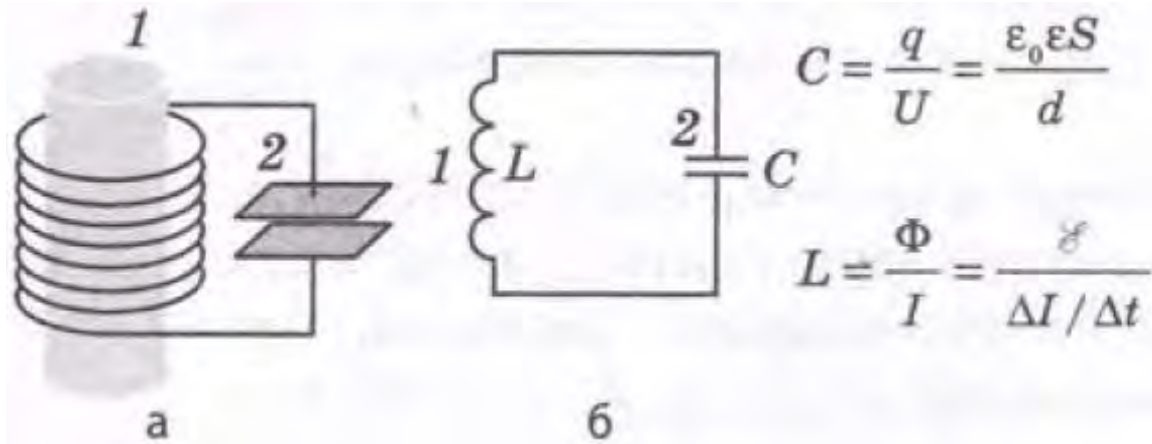


Тема 26. Електромагнітні коливання в контурі. Змінний струм.

Коливальний контур – це фізичний пристрій, що складається із послідовно з'єднаних конденсатора й котушки індуктивності (див. рисунок, 1 – котушка індуктивності, 2 – конденсатор). Тут C – електроємність конденсатора, L – індуктивність котушки.



Коливальний контур є коливальною системою, тобто в ньому можуть виникати вільні електромагнітні коливання. Для цього системі необхідно передати енергію, наприклад зарядити конденсатор.

Фізична модель, що являє собою коливальний контур, в якому відсутні втрати енергії, називається **ідеальним коливальним контуром**, а коливання в ньому називаються **власними коливаннями**.

Період коливань в ідеальному контурі можна обчислити за формулою Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Закон збереження енергії для ідеального коливального контуру можна записати у вигляді:

$$W_{e \max} = W_e + W_M = W_{M \max}$$

або

$$W_{e \max} = \frac{q_{\max}^2}{2C} = \frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2} = W_{M \max},$$

де q – заряд конденсатора, I – струм у контурі, U – напруга на конденсаторі в даний момент часу.

Змінний електричний струм.

При обертанні провідної рамки, що має площу S і складається з N витків, з кутовою швидкістю ω в однорідному магнітному полі з індукцією B , у рамці збуджується ЕРС індукції, яка періодично змінюється:

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \sin(\omega t + \varphi_0),$$

Ця ЕРС створює **змінний електричний струм** із коловою частотою ω і лінійною частотою ν , які пов'язані співвідношенням:

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Амплітудне значення ЕРС при цьому дорівнює:

$$\varepsilon_{max} = NBS\omega.$$

Якщо на коло без конденсаторів і котушок індуктивності подається змінна напруга $U = U_{max} \sin(\omega t)$, то струм у колі змінюється за таким самим законом: $I = I_{max} \sin(\omega t)$. В такому колі, як для амплітудних U_{max} та I_{max} , так і для миттєвих U та I значень напруги на резисторі та струму через резистор, виконується закон Ома:

$$I = \frac{U}{R}.$$

При цьому опір R називають **активним опором**.

Конденсатори і котушки індуктивності теж створюють опори протіканню змінного струму, які називаються **реактивними опорами** і обчислюються за формулами:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} - \text{реактивний опір ємності (конденсатора);}$$

$$X_L = \omega L - \text{реактивний опір індуктивності (котушки).}$$

Для миттєвих значень сили струму та напруги на реактивних опорах закон Ома не виконується.

Повний опір послідовного кола змінного струму (імпеданс):

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Закон Ома для змінного струму (зв'язок між амплітудами напруги та сили змінного струму):

$$U_{max} = I_{max} Z.$$

Зв'язок між повною напругою та напругами на елементах кола:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}.$$

Діючі (ефективні) значення струму та напруги.

Сила сталого струму, при якій у колі з активним опором R (тобто без конденсаторів і котушок індуктивності) за певний час виділяється така ж сама потужність, що й при заданому змінному струмі, називається діючим (ефективним) значенням сили змінного струму. Те ж саме стосується і напруги.

Для синусоїдального струму діючі значення напруги, сили струму та ЕРС пов'язані з їхніми амплітудними значеннями співвідношеннями:

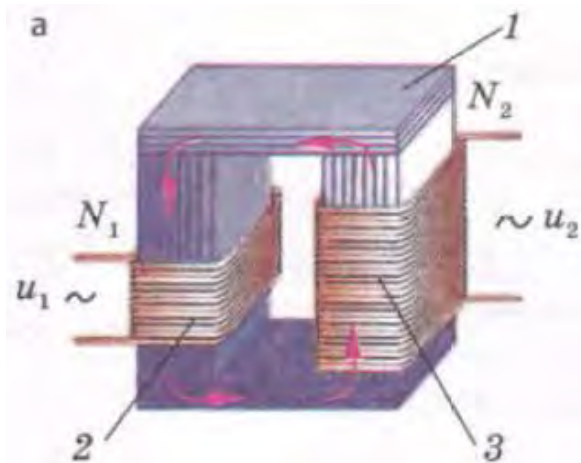
$$I_d = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}, U_d = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}, \varepsilon_d = \frac{\varepsilon_{max}}{\sqrt{2}}.$$

Потужність змінного струму обчислюється за формулою:

$$P = I_d U_d \cos\varphi = \frac{1}{2} I_{max} U_{max} \cos\varphi = I_d^2 R,$$

де φ – зсув фаз між струмом і повною напругою, причому $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$.

Трансформатор.



Трансформатор – це пристрій для перетворення величини напруги змінного струму. Його робота ґрунтується на явищах електромагнітної індукції та самоіндукції.



Найпростіший трансформатор складається зі сталевого замкнутого осердя (магнітопроводу) і двох обмоток (див. рисунок). Осердя виготовляють із тонких пластин трансформаторної сталі, обмотки – з ізолюваного проводу. До однієї з обмоток, яка називається *первинною* і має N_1 витків проводу, подається електрична енергія від джерела

змінного струму. До другої обмотки – вторинної, яка має N_2 витків проводу, підключають споживачів електричної енергії.

Принцип роботи трансформатора можна пояснити так. При протіканні в первинній обмотці змінного струму в залізному осерді виникає змінний магнітний потік, який практично без втрат передається до вторинної обмотки і викликає в ній появу ЕРС індукції. Величина магнітного потоку, який виникає при протіканні струму по первинній обмотці, прямо пропорційна кількості витків цієї обмотки N_1 , а ЕРС у вторинній обмотці – кількості витків в ній N_2 . Оскільки обидві обмотки пронизує один і той же магнітний потік, відношення ЕРС на обмотках (за відсутністю навантаження вторинної обмотки) дорівнює відношенню кількості витків в них:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{N_1}{N_2} = k,$$

де ε_1 і ε_2 – ЕРС індукції у відповідних обмотках, k – коефіцієнт трансформації.

В реальному трансформаторі кожна з обмоток має певний опір. Це призводить до втрат енергії на їх нагрівання при протіканні струму, тому тільки приблизно $\varepsilon_1 \approx U_1$ і $\varepsilon_2 \approx U_2$. З цієї ж причини ККД реального трансформатора завжди менший за одиницю.

Якщо падінням напруги на активному опорі у первинній обмотці можна знехтувати, і вторинна обмотка незамкнена, то $\varepsilon_1 = U_1$, $\varepsilon_2 = U_2$ і $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$.

ККД трансформатора – це відношення потужності P_2 , яку отримують у вторинній обмотці, до потужності P_1 , яку підводять до первинної обмотки:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2 U_2}{I_1 U_1}.$$

Приклад 1. Визначте частоту вільних електромагнітних коливань у коливальному контурі після збільшення ємності конденсатора в 4 рази, якщо до збільшення вона становила 200 Гц.

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$
$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

При збільшенні ємності в 4 рази період коливань збільшується в 2 рази, а частота зменшується в 2 рази.

Відповідь: 100 Гц.

Приклад 2. Яким є період вільних електромагнітних коливань у коливальному контурі, який складається з конденсатора ємністю 5000 пФ та котушки з індуктивністю 0,2 мГн?

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{5 \cdot 10^{-9} \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}} = 6,28 \cdot 10^{-6} \text{ с}$$
$$= 6,28 \text{ мкс.}$$

Відповідь: 6,28 мкс.

Приклад 3. Як зміниться частота вільних електромагнітних коливань у коливальному контурі, якщо зменшити його ємність у 1,5 рази, а індуктивність – в 6 разів?

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Вираз LC зменшиться в $1,5 \cdot 6 = 9$ разів, отже період зменшиться в 3 рази, а частота збільшиться в 3 рази.

Відповідь: збільшиться в 3 рази.

Приклад 4. Щоб отримати частоту вільних електромагнітних коливань у коливальному контурі 1,2 МГц, до конденсатора підключили котушку індуктивністю 1 мкГн. Якої ємності був конденсатор, до якого підключили котушку?

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$
$$4\pi^2 LC = \frac{1}{\nu^2}, \quad C = \frac{1}{4\pi^2 L \nu^2} = \frac{1}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,44 \cdot 10^{12}} = 17,6 \cdot 10^{-9}.$$

Відповідь: 17,6 нФ.

Приклад 5. Визначте амплітуду струму в контурі, в якому заряджений до напруги 100 В конденсатор ємністю 2 мкФ було підключено до котушки з індуктивністю 0,05 мГн.

$$U_{\max} = 100 \text{ В}, C = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}, L = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}.$$

$$\frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}, I_{\max} = U_{\max} \sqrt{\frac{C}{L}} = 100 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-5}}} = 20 \text{ А}.$$

Відповідь: 20 А.

Приклад 6. В однорідному магнітному полі обертається дротяна рамка. Вісь обертання перпендикулярна до ліній індукції магнітного поля. Як зміниться амплітуда магнітного потоку крізь рамку, якщо частоту обертання збільшити вдвічі?

Відповідь: не зміниться. $\Phi_{\max} = BS$, не залежить від частоти обертання.

Приклад 7. В однорідному магнітному полі обертається дротяна рамка. Вісь обертання перпендикулярна до ліній індукції магнітного поля. Як зміниться амплітуда ЕРС електромагнітної індукції, що виникає у рамці, якщо частоту обертання збільшити вдвічі?

$$\varepsilon_{\max} = NBS\omega.$$

При збільшенні частоти в 2 рази колова частота ω теж зросте в 2 рази, ε_{\max} також зросте в 2 рази.

Відповідь: збільшиться в 2 рази.

Приклад 8. В однорідному магнітному полі обертається дротяна рамка. Вісь обертання перпендикулярна до ліній індукції магнітного поля. Рамка має 500 витків, площа рамки – 400 см², індукція магнітного поля – 0,5 Тл, частота обертання рамки дорівнює 100 обертам за секунду. Яке амплітудне значення ЕРС електромагнітної індукції спостерігається в рамці?

$$\varepsilon_{\max} = NBS\omega = 500 \cdot 0,5 \cdot 0,04 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 100 = 6280 \text{ В}.$$

Відповідь: 6,28 кВ.

Приклад 9. До мережі змінного струму із діючим значенням напруги 220 В підключено конденсатор ємністю 20 мкФ. До якого максимального заряду заряджається конденсатор?

$$C = \frac{q_{max}}{U_{max}}, q_{max} = CU_{max} = CU_{д} \sqrt{2} = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 220 \cdot 1,41 \\ = 620 \cdot 10^{-5} = 6,2 \text{ мКл.}$$

Відповідь: 6,2 мКл.

Приклад 10. Неонову лампочку увімкнули у мережу змінного струму, напруга в якій вдвічі перевищує напругу загоряння та гасіння лампочки. З якою частотою спалахуватиме лампочка, якщо частота струму в мережі дорівнює 400 Гц?

За один період напруга у мережі двічі перевищуватиме граничну напругу спалаху лампи, тобто частота її загоряння буде вдвічі більшою за частоту струму.

Відповідь: 800 Гц.

Приклад 11. У первинній обмотці трансформатора 2000 витків, у вторинній – 400 витків. Як цей трансформатор перетворює напругу змінного струму?

$$N_1 = 2000, N_2 = 400.$$

$$U_1/U_2 = N_1/N_2 = 2000/400 = 5.$$

Відповідь: зменшує у 5 разів.

Приклад 12. Установіть відповідності між властивостями пристроїв та їхніми назвами.

1 Збільшує електричний опір за збільшення частоти струму	А Трансформатор
2 Перетворює механічну енергію на електричну	Б Коливальний контур
3 Перетворює змінний струм високої напруги на струм низької напруги та навпаки	В Конденсатор
4 У ньому можуть здійснюватися вільні електромагнітні коливання	Г Індукційний генератор
	Д Котушка індуктивності

Відповідь: 1 – Д, 2 – Г, 3 – А, 4 – Б.

Приклад 13. Визначте період вільних коливань у контурі, в якому під час коливань амплітудне значення сили струму 6,28 мА, а амплітудне значення заряду на обкладинках конденсатора 40 нКл.

$$\frac{q_{max}^2}{2C} = \frac{LI_{max}^2}{2}, \quad q_{max}^2 = CLI_{max}^2, \quad LC = \frac{q_{max}^2}{I_{max}^2},$$

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi \frac{q_{max}}{I_{max}} = 2 \cdot 3,14 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-8}}{6,28 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ с.}$$

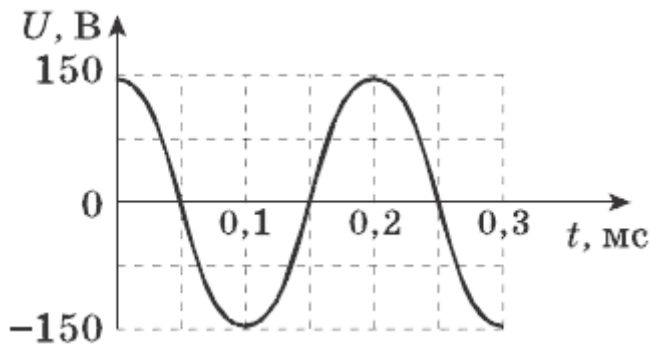
Відповідь: 40 мкс.

Приклад 14. Рамка площею 100 см² рівномірно обертається з кутовою швидкістю 5 рад/с у магнітному полі з індукцією 10 мТл. Амплітудне значення ЕРС у рамці дорівнює 0,2 В. Визначте кількість витків у рамці. Вісь обертання перпендикулярна до вектору магнітної індукції.

$$\varepsilon_{max} = NBS\omega, \quad N = \frac{\varepsilon_{max}}{BS\omega} = \frac{0,2}{0,01 \cdot 0,01 \cdot 5} = 400.$$

Відповідь: 400.

Приклад 15. Напруга на обкладках конденсатора коливального контуру змінюється за графіком, який зображено на рисунку. Як залежить від часу сила струму в контурі? Ємність конденсатора становить 0,1 мкФ.



$$I = I_{max} \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2 \cdot 10^{-3}} = \pi \cdot 10^4 = 10000\pi .$$

$$\frac{CU_{max}^2}{2} = \frac{LI_{max}^2}{2}, I_{max} = U_{max} \sqrt{\frac{C}{L}}, U_{max} = 150 \text{ V.}$$

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad L = \frac{T^2}{4\pi^2 C},$$

$$I_{max} = U_{max} \sqrt{\frac{4\pi^2 C^2}{T^2}} = U_{max} \frac{2\pi C}{T} = 150 \cdot \frac{2\pi \cdot 10^{-7}}{0,2 \cdot 10^{-3}} = 0,15\pi .$$

У початковій фазі значення напруги максимальне, конденсатор максимально заряджений, струм через котушку не йде, $I = 0$, $\varphi_0 = 0$.

Відповідь: $I = -0,15\pi \sin(10^4 \pi t)$.

Домашнє завдання:

основне: 4.37, 4.38, 4.40, 4.45, 4.46, 4.47.

додаткове: 4.39, 4.41, 4.48, 4.49.