

Тема 3. Кінематика криволінійного та обертального руху.

Криволінійний рух тіла – це такий рух тіла, при якому траєкторія руху тіла являє собою криву лінію.

Криволінійний рух набагато складніший, ніж прямолінійний.

По-перше, у разі криволінійного руху змінюються як мінімум дві координати тіла, яке рухається.

По-друге, у разі криволінійного руху вектор миттєвої швидкості, а отже, і вектор переміщення тіла не лежать на траєкторії руху цього тіла.

Вектор миттєвої швидкості завжди збігається з дотичною до траєкторії руху тіла в точці, що розглядається, і напрямлений у бік руху тіла.

По-третє, у разі криволінійного руху напрямок вектору швидкості безперервно змінюється, тому навіть якщо модуль швидкості залишається незмінним, швидкість руху не можна вважати постійною, адже для векторних величин однаково важливі і модуль, і напрямок. Безперервна зміна швидкості руху означає, що **криволінійний рух – це завжди рух із прискоренням**. Прискорення під час криволінійного руху теж постійно змінює свій напрямок.

Лінійна швидкість v – це фізична величина, яка характеризує криволінійний рух і дорівнює середній шляховій швидкості, виміряній за нескінченно малий проміжок часу. *Лінійна швидкість в даній точці дорівнює модулю миттєвої швидкості.*

У фізиці розглядають *нерівномірний криволінійний рух* (рух зі змінною лінійною швидкістю) та *рівномірний криволінійний рух* (рух з постійною лінійною швидкістю). У шкільному курсі фізики розглядають тільки рівномірний криволінійний рух.

У разі рівномірного криволінійного руху за будь-які рівні проміжки часу тіло проходить однаковий шлях, тому лінійну швидкість руху тіла можна обчислити за формулою:

$$v = \frac{l}{t},$$

де l – шлях, пройдений тілом, t – час руху тіла.

Рівномірний рух тіла по колу

Рівномірний рух тіла по колу – це такий криволінійний рух, при якому траєкторією руху тіла є коло, а лінійна швидкість і модуль миттєвої швидкості не змінюються з часом.

Рівномірний рух по колу – це *періодичний рух*, оскільки він *повторюється через однакові проміжки часу*, які дорівнюють часу одного повного оберту. Періодичний рух характеризується такими фізичними величинами, як *період* і *частота*.

Період обертання – це фізична величина, що дорівнює проміжку часу, за який тіло, що рівномірно рухається по колу, здійснює один повний оберт:

$$T = \frac{t}{N},$$

де T – період обертання, N – кількість повних обертів, зроблених тілом за проміжок часу t .

Одиниця періоду обертання в СІ – секунда (с).

Знаючи період обертання та радіус кола, по якому рухається тіло, можна визначити лінійну швидкість v руху тіла. За час одного повного оберту ($t=T$) тіло проходить відстань, яка дорівнює довжині кола: $l = 2\pi r$. Оскільки $v = \frac{l}{t}$, маємо

$$v = \frac{2\pi r}{T}.$$

Обертова частота – це фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості повних обертів за одиницю часу:

$$n = \frac{N}{t},$$

де n – частота обертання, N – кількість повних обертів, здійснених тілом за проміжок часу t .

Одиниця обертової частоти в СІ – оберт на секунду (об/с або s^{-1}).

Період і обертова частота пов'язані співвідношенням:

$$n = \frac{1}{T}.$$

Таким чином, можна отримати ще одну формулу для лінійної швидкості рівномірного руху по колу:

$$v = 2\pi r n .$$

Кутова швидкість – це фізична величина, яка чисельно дорівнює куту повороту радіус-вектора за одиницю часу:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} ,$$

де ω – кутова швидкість, φ – кут повороту радіус-вектора за проміжок часу t .

Одиниця кутової швидкості в СІ – радіан на секунду (рад/с або с⁻¹).

Оскільки за час, що дорівнює одному періоду ($t=T$), радіус-вектор виконує один повний оберт ($\varphi = 2\pi$), кутову швидкість можна обчислити за формулою:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n .$$

Кутова та лінійна швидкості пов'язані співвідношенням: $v = \omega r$.

У разі рівномірного руху тіла по колу вектор прискорення в даній точці кола завжди перпендикулярний до вектора миттєвої швидкості й напрямлений до центра кола. Тому прискорення тіла під час його руху по колу називають доцентровим прискоренням і записують з індексом: \vec{a}_d .

Можна довести, що модуль доцентрового прискорення не залежить від часу руху тіла і його можна обчислити за формулою:

$$a_d = \frac{v^2}{r} .$$

Також можна вивести інші формули для доцентрового прискорення, зокрема:

$$a_d = \omega^2 r = \omega v .$$

Приклад 1. Якою є кутова швидкість обертання колеса велосипеда, якщо лінійна швидкість точок обода колеса дорівнює 10 м/с? Радіус колеса становить 50 см.

$$v=10 \text{ м/с}, r=50 \text{ см}=0,5 \text{ м}$$

$$v = \omega r, \omega = \frac{v}{r} = \frac{10}{0,5} = 20 \text{ с}^{-1}$$

Відповідь: 20 с^{-1} .

Приклад 2. Обертову частоту барабана пральної машини під час віджимання білизни збільшили з 400 об/хв до 800 об/хв. Як змінилися лінійна швидкість та доцентрове прискорення точок поверхні барабана?

Відповідь: v збільшилась в 2 рази; a_d збільшилось в 4 рази.

Приклад 3. На барабан радіусом 40 см з постійною швидкістю 0,4 м/с намотується мотузка. Обчисліть кутову швидкість та доцентрове прискорення точок на поверхні барабана.

$$r=0,4 \text{ м}, v=0,4 \text{ м/с}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{0,4}{0,4} = 1 \text{ рад/с}$$

$$a_d = \frac{v^2}{r} = \frac{0,4^2}{0,4} = 0,4 \text{ м/с}^2$$

Відповідь: $1 \text{ рад/с}, 0,4 \text{ м/с}^2$.

Приклад 4. Тіло рухається по колу радіусом 20 см зі швидкістю 4 м/с. Чому дорівнює доцентрове прискорення тіла?

Відповідь: 80 м/с^2 .

Приклад 5. Точка рухається по колу зі швидкістю 1 м/с і робить один оберт за 2 с. Визначте доцентрове прискорення.

$$v=1 \text{ м/с}, T=2 \text{ с.}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi.$$

$$a_d = \omega v = \pi \approx 3,14 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: 3,14 м/с².

Приклад 6. Точка рухається по колу зі сталою швидкістю 50 м/с. Вектор швидкості змінює напрямок на 30° за 2 с. Знайти доцентрове прискорення точки.

$$v=50 \text{ м/с}, t=2 \text{ с.}$$

$$T = t \cdot 360^\circ / 30^\circ = 2 \cdot 12 = 24 \text{ (с)}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12}.$$

$$a_d = \omega v = \frac{50\pi}{12} = \frac{25\pi}{6} \approx 13,1 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: 13,1 м/с².

Приклад 7. З якою швидкістю повинен проходити автомобіль серединою опуклого мосту, радіус якого дорівнює 40 м, щоб доцентрове прискорення дорівнювало прискоренню вільного падіння?

$$r=40 \text{ м}, a_d=g=9,8 \text{ м/с}^2$$

$$a_d = \frac{v^2}{r}, v^2 = a_d r, v = \sqrt{a_d r} = \sqrt{9,8 \cdot 40} \approx 19,8 \text{ (м/с)}$$

Відповідь: 19,8 м/с.

Приклад 8. Диск обертається навколо перпендикулярної йому осі, що проходить через його центр, здійснюючи $N=30$ обертів на хвилину. Знайти кутову швидкість обертання. З якою лінійною

швидкістю рухаються точки кромки диска, якщо його радіус $R=25$ см?

$$n = \frac{N}{t} = \frac{30}{60} = 0,5 \text{ об/с}$$

$$\omega = 2\pi n = 2\pi \cdot 0,5 = \pi$$

$$v = \omega r = \pi \cdot 0,25$$

Відповідь: $\omega = \pi \approx 3,14 \text{ с}^{-1}$; $v = 0,25\pi \approx 0,79 \text{ м/с}$.

Приклад 9. Обчислити кутові швидкості хвилинної і годинної стрілок годинника. Знайти відношення лінійних швидкостей кінців хвилинної стрілки годинника та його годинної стрілки, якщо хвилинна стрілка в 1,5 рази довша за годинну.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T_{\text{хв}} = 1 \text{ год} = 3600 \text{ с}, T_{\text{год}} = 12 \text{ год} = 3600 \cdot 12 = 43200 \text{ с}$$

$$\omega_{\text{хв}} = \frac{2\pi}{T_{\text{хв}}} = \frac{2\pi}{3600} = \frac{\pi}{1800} \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_{\text{год}} = \frac{2\pi}{T_{\text{год}}} = \frac{2\pi}{43200} = \frac{\pi}{21600} \text{ с}^{-1}$$

$$r_{\text{хв}} = 1,5 r_{\text{год}}$$

$$v_{\text{хв}} = \omega_{\text{хв}} r_{\text{хв}} = \frac{\pi}{1800} \cdot 1,5 r_{\text{год}} = \frac{\pi}{1200} r_{\text{год}}$$

$$v_{\text{год}} = \omega_{\text{год}} r_{\text{год}} = \frac{\pi}{21600} r_{\text{год}}$$

$$\frac{v_{\text{хв}}}{v_{\text{год}}} = \frac{\pi}{1200} : \frac{\pi}{21600} = \frac{21600}{1200} = 18$$

Відповідь: $v_{\text{хв}}/v_{\text{год}} = 18$; $\omega_{\text{хв}} = \pi/1800 \text{ с}^{-1}$; $\omega_{\text{год}} = \pi/21600 \text{ с}^{-1}$.

Приклад 10. Визначте доцентрове прискорення (у сантиметрах на секунду в квадраті) точок земного екватора, що обумовлене добовим обертанням Землі. Радіус Землі становить 6400 км.

Вважайте, що $\pi^2 = 10$.

$$R=6,4 \cdot 10^6 \text{ м}, T=24 \cdot 60 \cdot 60=86400 \text{ с}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, a_d = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{86400^2} = 0,034 \text{ м/с}^2 = 3,4 \text{ см/с}^2.$$

Відповідь: 3,4 см/с².

Приклад 11. Дві точки рухаються по колу довжиною 1,2 м з постійними швидкостями. Якщо вони, починаючи рух з одного пункту, будуть рухатись в різних напрямках, то зустрінуться через 15 секунд. При русі ж в одному напрямку одна точка наздоганяє іншу через кожні 60 секунд. Визначте лінійні швидкості точок.

$$l=1,2 \text{ м}, t_1=15 \text{ с}, t_2=60 \text{ с}.$$

$$l=(v_1+v_2) \cdot t_1$$

$$l=(v_1-v_2) \cdot t_2$$

$$1,2=(v_1+v_2) \cdot 15$$

$$1,2=(v_1-v_2) \cdot 60$$

$$v_1+v_2=0,08$$

$$v_1-v_2=0,02$$

$$2v_1=0,1, v_1=0,05 \text{ м/с}$$

$$2v_2=0,06, v_2=0,03 \text{ м/с}.$$

Відповідь: 0,05 м/с; 0,03 м/с.

Приклад 12. Тіло кинули під кутом 60° до горизонту з початковою швидкістю 10 м/с. Знайдіть швидкість тіла у верхній точці польоту.

$$v_x = v \cdot \cos \alpha = 10 \cos 60^\circ = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ м/с}$$

Відповідь: 5 м/с.

Приклад 13. Тіло кинули під кутом 30° до горизонту з початковою швидкістю 40 м/с . На яку максимальну висоту підніметься тіло під час польоту? Опором повітря знехтувати. Вважайте, що $g=10 \text{ м/с}^2$.

Відповідь: 20 м .

Приклад 14. З високого берега річки в горизонтальному напрямі було кинуто камінець зі швидкістю 20 м/с . Визначте, на якій відстані по горизонталі від берега камінець увійде в воду, якщо висота берега становить 20 м . Опором повітря знехтуйте. Вважайте, що $g=10 \text{ м/с}^2$.

Відповідь: 40 м .

Домашнє завдання:

основне: 1.36, 1.37, 1.39, 1.51, 1.52, 1.55, 1.56; приклади 13, 14.

додаткове: 1.42, 1.54, 1.57.