

## Тема 4. Кінематика криволінійного та обертального руху.

**Криволінійний рух тіла** – це такий рух тіла, при якому траєкторія руху тіла являє собою криву лінію.

Криволінійний рух набагато складніший, ніж прямолінійний.

По-перше, у разі криволінійного руху змінюються як мінімум дві координати тіла, яке рухається.

По-друге, у разі криволінійного руху вектор миттєвої швидкості, а отже, і вектор переміщення тіла не лежать на траєкторії руху цього тіла.

Вектор миттєвої швидкості завжди збігається з дотичною до траєкторії руху тіла в точці, що розглядається, і напрямлений у бік руху тіла.

По-третє, у разі криволінійного руху напрямок вектору швидкості безперервно змінюється, тому навіть якщо модуль швидкості залишається незмінним, швидкість руху не можна вважати постійною, адже для векторних величин однаково важливі і модуль, і напрямок. Безперервна зміна швидкості руху означає, що **криволінійний рух – це завжди рух із прискоренням**. Прискорення під час криволінійного руху теж постійно змінює свій напрямок.

**Лінійна швидкість**  $v$  – це фізична величина, яка характеризує криволінійний рух і дорівнює середній шляховій швидкості, виміряній за нескінченно малий проміжок часу. *Лінійна швидкість в даній точці дорівнює модулю миттєвої швидкості.*

У фізиці розглядають *нерівномірний криволінійний рух* (рух зі змінною лінійною швидкістю) та *рівномірний криволінійний рух* (рух з постійною лінійною швидкістю). У шкільному курсі фізики розглядають тільки рівномірний криволінійний рух.

У разі рівномірного криволінійного руху за будь-які рівні проміжки часу тіло проходить однаковий шлях, тому лінійну швидкість руху тіла можна обчислити за формулою:

$$v = \frac{l}{t},$$

де  $l$  – шлях, пройдений тілом,  $t$  – час руху тіла.

## Рівномірний рух тіла по колу

**Рівномірний рух тіла по колу** – це такий криволінійний рух, при якому траєкторією руху тіла є коло, а лінійна швидкість і модуль миттєвої швидкості не змінюються з часом.

Рівномірний рух по колу – це *періодичний рух*, оскільки він *повторюється через однакові проміжки часу*, які дорівнюють часу одного повного оберту. Періодичний рух характеризується такими фізичними величинами, як *період* і *частота*.

**Період обертання** – це фізична величина, що дорівнює проміжку часу, за який тіло, що рівномірно рухається по колу, здійснює один повний оберт:

$$T = \frac{t}{N},$$

де  $T$  – період обертання,  $N$  – кількість повних обертів, зроблених тілом за проміжок часу  $t$ .

*Одиниця періоду обертання в СІ – секунда (с).*

Знаючи період обертання та радіус кола, по якому рухається тіло, можна визначити лінійну швидкість  $v$  руху тіла. За час одного повного оберту ( $t=T$ ) тіло проходить відстань, яка дорівнює довжині кола:  $l = 2\pi r$ . Оскільки  $v = \frac{l}{t}$ , маємо

$$v = \frac{2\pi r}{T}.$$

**Обертובה частота  $n$**  – це фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості повних обертів за одиницю часу:

$$n = \frac{N}{t},$$

де  $n$  – частота обертання,  $N$  – кількість повних обертів, здійснених тілом за проміжок часу  $t$ .

*Одиниця обертובה частоти в СІ – оберт на секунду (об/с або  $s^{-1}$ ).*

Період і обертובה частота пов'язані співвідношенням:

$$n = \frac{1}{T}.$$

Таким чином, можна отримати ще одну формулу для лінійної швидкості рівномірного руху по колу:

$$v = 2\pi r n .$$

**Кутова швидкість** – це фізична величина, яка чисельно дорівнює куту повороту радіус-вектора за одиницю часу:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} ,$$

де  $\omega$  – кутова швидкість,  $\varphi$  – кут повороту радіус-вектора за проміжок часу  $t$ .

*Одиниця кутової швидкості в СІ – радіан на секунду (рад/с або с<sup>-1</sup>).*

Оскільки за час, що дорівнює одному періоду ( $t=T$ ), радіус-вектор виконує один повний оберт ( $\varphi = 2\pi$ ), кутову швидкість можна обчислити за формулою:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n .$$

Кутова та лінійна швидкості пов'язані співвідношенням:  $v = \omega r$ .

*У разі рівномірного руху тіла по колу вектор прискорення в даній точці кола завжди перпендикулярний до вектора миттєвої швидкості й напрямлений до центра кола. Тому прискорення тіла під час його руху по колу називають доцентровим прискоренням і записують з індексом:  $\vec{a}_d$ .*

Можна довести, що модуль доцентрового прискорення не залежить від часу руху тіла і його можна обчислити за формулою:

$$a_d = \frac{v^2}{r} .$$

Також можна вивести інші формули для доцентрового прискорення, зокрема:

$$a_d = \omega^2 r = \omega v .$$

**Приклад 1.** Якою є кутова швидкість обертання колеса велосипеда, якщо лінійна швидкість точок обода колеса дорівнює 10 м/с? Радіус колеса становить 50 см.

$$v=10 \text{ м/с}, r=50 \text{ см}=0,5 \text{ м}$$

$$v = \omega r, \omega = \frac{v}{r} = \frac{10}{0,5} = 20 \text{ с}^{-1}$$

**Відповідь:**  $20 \text{ с}^{-1}$ .

**Приклад 2.** Обертovu частоту барабана пральної машини під час віджимання білизни збільшили з 400 об/хв до 800 об/хв. Як змінилися лінійна швидкість та доцентрове прискорення точок поверхні барабана?

$$v = 2\pi r n, \text{ лінійна швидкість зростає в 2 рази}$$

$$a_d = \frac{v^2}{r}, \text{ доцентрове прискорення зростає в 4 рази}$$

**Відповідь:**  $v$  збільшилась в 2 рази;  $a_d$  збільшилось в 4 рази.

**Приклад 3.** На барабан радіусом 40 см з постійною швидкістю 0,4 м/с намотується мотузка. Обчисліть кутову швидкість та доцентрове прискорення точок на поверхні барабана.

$$r=0,4 \text{ м}, v=0,4 \text{ м/с}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{0,4}{0,4} = 1 \text{ рад/с}$$

$$a_d = \frac{v^2}{r} = \frac{0,4^2}{0,4} = 0,4 \text{ м/с}^2$$

**Відповідь:**  $1 \text{ рад/с}, 0,4 \text{ м/с}^2$ .

**Приклад 4.** Тіло рухається по колу радіусом 20 см зі швидкістю 4 м/с. Чому дорівнює доцентрове прискорення тіла?

$$a_d = \frac{v^2}{r} = \frac{4^2}{0,2} = 80 \text{ м/с}^2.$$

**Відповідь:** 80 м/с<sup>2</sup>.

**Приклад 5.** Точка рухається по колу зі сталою швидкістю 50 м/с. Вектор швидкості змінює напрямок на 30° за 2 с. Знайти доцентрове прискорення точки.

$$v = 50 \text{ м/с}, t = 2 \text{ с.}$$

$$T = t \cdot 360^\circ / 30^\circ = 2 \cdot 12 = 24 \text{ (с)}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12}.$$

$$a_d = \omega v = \frac{50\pi}{12} = \frac{25\pi}{6} \approx 13,1 \text{ м/с}^2.$$

**Відповідь:** 13,1 м/с<sup>2</sup>.

**Приклад 6.** З якою швидкістю повинен проходити автомобіль серединою опуклого мосту, радіус якого дорівнює 40 м, щоб доцентрове прискорення дорівнювало прискоренню вільного падіння?

$$r = 40 \text{ м}, a_d = g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$a_d = \frac{v^2}{r}, v^2 = a_d r, v = \sqrt{a_d r} = \sqrt{9,8 \cdot 40} \approx 19,8 \text{ (м/с)}$$

**Відповідь:** 19,8 м/с.

**Приклад 7.** Обчислити кутові швидкості хвилинної і годинної стрілок годинника. Знайти відношення лінійних швидкостей кінців хвилинної стрілки годинника та його годинної стрілки, якщо хвилинна стрілка в 1,5 рази довша за годинну.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T_{\text{ХВ}}=1 \text{ год}=3600 \text{ с}, T_{\text{ГОД}}=12 \text{ год}=3600 \cdot 12=43200 \text{ с}$$

$$\omega_{\text{ХВ}} = \frac{2\pi}{T_{\text{ХВ}}} = \frac{2\pi}{3600} = \frac{\pi}{1800} \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_{\text{ГОД}} = \frac{2\pi}{T_{\text{ГОД}}} = \frac{2\pi}{43200} = \frac{\pi}{21600} \text{ с}^{-1}$$

$$r_{\text{ХВ}}=1,5r_{\text{ГОД}}$$

$$v_{\text{ХВ}} = \omega_{\text{ХВ}} r_{\text{ХВ}} = \frac{\pi}{1800} 1,5r_{\text{ГОД}} = \frac{\pi}{1200} r_{\text{ГОД}}$$

$$v_{\text{ГОД}} = \omega_{\text{ГОД}} r_{\text{ГОД}} = \frac{\pi}{21600} r_{\text{ГОД}}$$

$$\frac{v_{\text{ХВ}}}{v_{\text{ГОД}}} = \frac{\pi}{1200} : \frac{\pi}{21600} = \frac{21600}{1200} = 18$$

**Відповідь:**  $v_{\text{ХВ}}/v_{\text{ГОД}}=18$ ;  $\omega_{\text{ХВ}} = \pi/1800 \text{ с}^{-1}$ ;  $\omega_{\text{ГОД}} = \pi/21600 \text{ с}^{-1}$ .

**Приклад 8.** Визначте доцентрове прискорення (у сантиметрах на секунду в квадраті) точок земного екватора, що обумовлене добовим обертанням Землі. Радіус Землі становить 6400 км.

Вважайте, що  $\pi^2 = 10$ .

$$R=6,4 \cdot 10^6 \text{ м}, T=24 \cdot 60 \cdot 60=86400 \text{ с}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, a_{\text{д}} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 6,4 \cdot 10^6}{86400^2} = 0,034 \text{ м/с}^2 = 3,4 \text{ см/с}^2.$$

**Відповідь:**  $3,4 \text{ см/с}^2$ .

**Приклад 9.** Дві точки рухаються по колу довжиною 1,2 м з постійними швидкостями. Якщо вони, починаючи рух з одного пункту, будуть рухатись в різних напрямках, то зустрінуться через 15 секунд. При русі ж в одному напрямку одна точка наздоганяє іншу через кожні 60 секунд. Визначте лінійні швидкості точок.

$$l=1,2 \text{ м}, t_1=15 \text{ с}, t_2=60 \text{ с}.$$

$$l=(v_1+v_2)*t_1$$

$$l=(v_1-v_2)*t_2$$

$$1,2=(v_1+v_2)*15$$

$$1,2=(v_1-v_2)*60$$

$$v_1+v_2=0,08$$

$$v_1-v_2=0,02$$

$$2v_1=0,1, v_1=0,05 \text{ м/с}$$

$$2v_2=0,06, v_2=0,03 \text{ м/с.}$$

**Відповідь:** 0,05 м/с; 0,03 м/с.

**Домашнє завдання:** №№ 21, 22, 37, приклади 1(д), 2(д).

**Приклад 1(д).** Диск обертається навколо перпендикулярної йому осі, що проходить через його центр, здійснюючи  $N=30$  обертів на хвилину. Знайти кутову швидкість обертання. З якою лінійною швидкістю рухаються точки кромки диска, якщо його радіус  $R=25$  см?

**Відповідь:**  $\omega = \pi \approx 3,14 \text{ с}^{-1}$ ;  $v = 0,25\pi \approx 0,79 \text{ м/с}$ .

**Приклад 2(д).** Точка рухається по колу зі швидкістю 1 м/с і робить один оберт за 2 с. Визначте доцентрове прискорення.

**Відповідь:**  $3,14 \text{ м/с}^2$ .