

Тема 5. Основи динаміки. Частина 2.

Закон Гука. Сила пружності.

Взаємодія тіл може викликати не тільки зміну їхніх швидкостей, а й деформації. Сила, що при цьому виникає, називається **силою пружності**.

Англійський природодослідник, учений та експериментатор Роберт Гук відкрив закон, який було названо його ім'ям.

Деформація пружних тіл (їхнє видовження та скорочення) прямо пропорційна силі, яка їх розтягує чи стискає, а сила пружності дорівнює:

$$\vec{F}_{\text{пр}} = -k\vec{x},$$

де k – коефіцієнт пропорційності, який називається **жорсткістю**, характеризує здатність тіла протидіяти деформації; x – **абсолютна деформація** (лінійне видовження чи стиснення тіла, зміщення кінця тіла).

Одиниця жорсткості в СІ – ньютон на метр (Н/м).

Знак « $-$ » показує, що сила пружності завжди напрямлена в бік, протилежний напрямку зміщення.

$$x = \Delta l = l - l_0,$$

де l – довжина деформованого тіла, l_0 – початкова довжина тіла, Δl – **видовження** тіла.

Відносне видовження тіла ε – це фізична величина, яка дорівнює відношенню видовження Δl до початкової довжини тіла l_0 :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad \text{або} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100\%.$$

Механічна напруга σ – це фізична величина, яка характеризує деформоване тіло і дорівнює відношенню модуля сили пружності $F_{\text{пр}}$ до площі S поперечного перерізу тіла:

$$\sigma = \frac{F_{\text{пр}}}{S}$$

(тут ми розглядаємо тільки тіла з однаковою площею поперечного перерізу, наприклад, стрижні).

Одиниця механічної напруги в СІ – паскаль ($1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$).

У випадку малих пружних деформацій розтягнення та стиснення механічна напруга прямо пропорційна відносному видовженню ε :

$$\sigma = E|\varepsilon|,$$

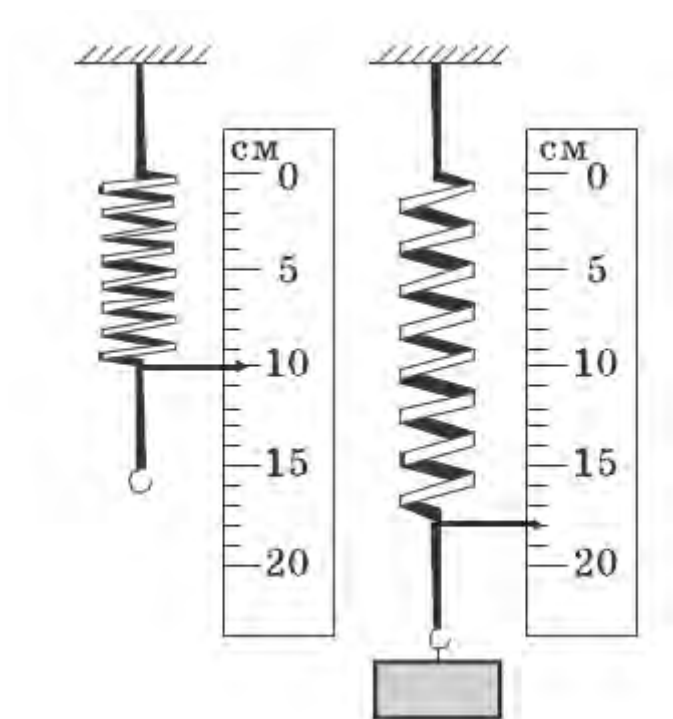
де E – модуль Юнга (модуль пружності).

Остання формула являє собою ще одне формулювання закону Гука.

Відносне видовження ε – величина, яка не має розмірності, тому *одиниця модуля Юнга в СІ – паскаль* (як і одиниця механічної напруги). Модуль Юнга характеризує пружні властивості матеріалу, його визначають експериментально і фіксують у таблицях.

Природа сил пружності – **електромагнітна**. Якщо тіло не деформоване, то сили притягання частинок (атомів, молекул, йонів) дорівнюють силам відштовхування. У разі деформації взаємне розташування частинок змінюється. Якщо відстань між ними збільшується, то електромагнітні сили притягання стають більшими, ніж сили відштовхування, і в результаті атоми (молекули, йони) притягуються одне до одного. Якщо відстань між частинками зменшується, то більшими стають електромагнітні сили відштовхування. Інакше кажучи, частинки «прагнуть» повернутися до стану рівноваги. Таким чином, *сила пружності – прояв електромагнітної взаємодії частинок речовини*.

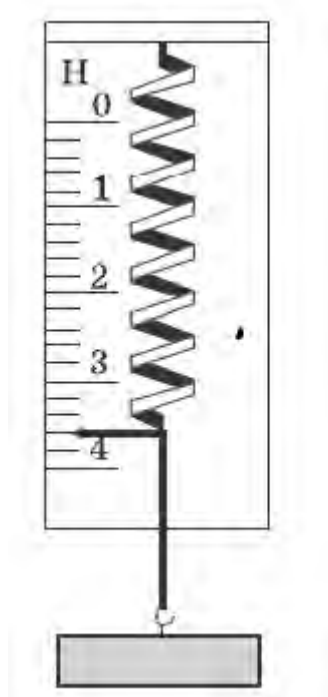
Приклад 1. Під час визначення жорсткості пружини до неї підвісили тіло масою 400 г (див. рисунок). Якою виявилась жорсткість пружини після обчислень? Вважайте, що $g=10 \text{ м/с}^2$.



$$F_{\text{пр}} = F_{\text{тяж}}, kx = mg, k = mg/x = 0,4 \cdot 10 / 0,08 = 50 \text{ (Н/м)}.$$

Відповідь: 50 Н/м.

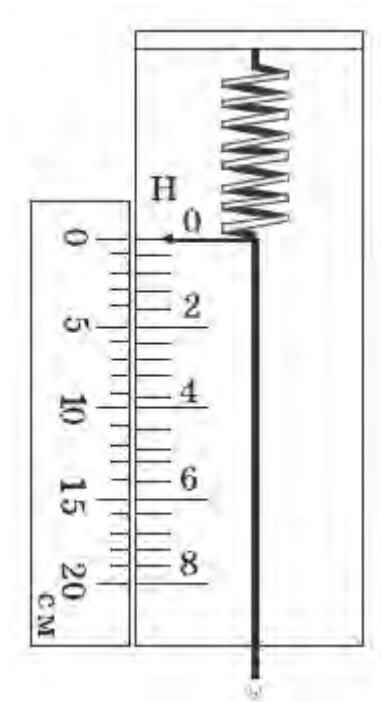
Приклад 2. Якою є маса вантажу, підвішеного до пружини динамометра? Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.



$$F_{\text{тяж}} = mg = 3,6 \text{ Н}, m = 3,6 / 10 = 0,36 \text{ кг}.$$

Відповідь: 0,36 кг.

Приклад 3. Під час підготовки до лабораторної роботи учень отримав завдання за допомогою лінійки визначити жорсткість пружини динамометра. Якою виявилась жорсткість пружини після обчислень?



$$F_{\text{тяж}} = F_{\text{пр}} = kx, \quad 8 = k \cdot 0,2, \quad k = 8/0,2 = 40 \text{ (Н/м)}$$

Відповідь: 40 Н/м.

Приклад 4. Тіло масою 2 кг висить на пружині жорсткістю 40 Н/м. Знайти видовження пружини. Прийняти $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$kx = mg, \quad x = mg/k = 2 \cdot 10 / 40 = 0,5 \text{ (м)}.$$

Відповідь: 0,5 м.

Приклад 5. Пружини жорсткостями 30 Н/м і 60 Н/м з'єднали послідовно. Якою є загальна жорсткість такого з'єднання?

$$F_1 = F_2 = F, \quad x = x_1 + x_2, \quad F/k = F_1/k_1 + F_2/k_2, \quad 1/k = 1/k_1 + 1/k_2,$$

$$1/k = 1/30 + 1/60 = 1/20, \quad k = 20 \text{ Н/м}.$$

Відповідь: 20 Н/м.

Приклад 6. Дві однакові пружини жорсткостями 30 Н/м кожна з'єднали паралельно. Якою є загальна жорсткість такого з'єднання, якщо вантаж причепили до обох пружин одночасно?

$$x_1 = x_2 = x, F_1 + F_2 = F, kx = k_1x_1 + k_2x_2, k = k_1 + k_2 = 30 + 30 = 60 \text{ (Н/м)}.$$

Відповідь: 60 Н/м.

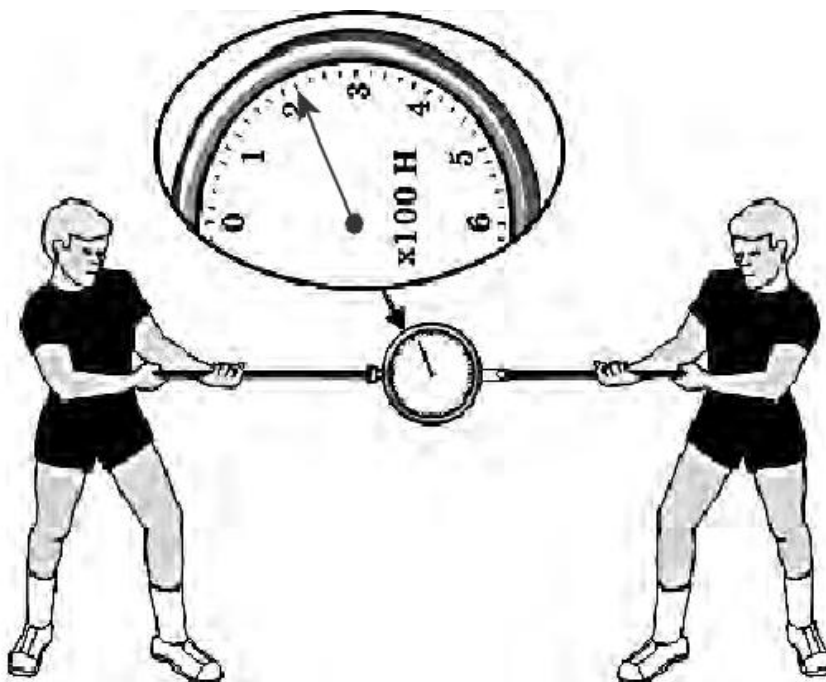
Приклад 7.

Установіть відповідність між характером руху тіла та напрямом рівнодійної сил, що діють на тіло.

1 Прямолінійний рівномірний рух	А Рівнодійна сил, що діють на тіло, збігається за напрямом зі швидкістю
2 Прямолінійний рівноприскорений рух зі збільшенням швидкості	Б Рівнодійна сил, що діють на тіло, напрямлена перпендикулярно швидкості
3 Криволінійний нерівномірний рух	В Рівнодійна сил, що діють на тіло, протилежна за напрямом до швидкості
4 Рівномірний рух по колу	Г Рівнодійна сил, що діють на тіло, напрямлена під гострим кутом до швидкості
	Д Рівнодійна сил, що діють на тіло, дорівнює нулю

Відповідь: 1 – Д, 2 – А, 3 – Г, 4 – Б.

Приклад 8. Два хлопці кожен тягнуть на себе мотузки, які прив'язані до динамометра. Визначте силу, яку кожен із хлопців прикладає до мотузки.



Відповідь: 220 Н.

Сила тертя

У ході будь-якого руху тіло обов'язково контактує з мікро- або макротілами навколо (поверхнею іншого тіла, частинками рідини або газу, всередині яких рухається тіло, тощо). Під час такого контакту виникають сили, що сповільнюють рух тіла, – ці сили називають *силами тертя*.

Сила тертя $\vec{F}_{\text{тер}}$ – це сила, яка виникає під час руху або спроби руху одного тіла по поверхні іншого чи під час руху тіла всередині рідкого чи газоподібного середовища.

Сила тертя завжди напрямлена вздовж поверхні дотичних тіл протилежно швидкості їхнього відносного переміщення.

Тертя між поверхнею твердого тіла та навколишнім рідким або газоподібним середовищем, у якому це тіло рухається, називають *опором середовища* або *рідким (в'язким) тертям*. Тертя між поверхнями двох дотичних твердих тіл називають *сухим тертям*. Розрізняють три види сухого тертя: *тертя спокою, тертя ковзання, тертя кочення*.

Причиною виникнення сил тертя є *сили пружності*, які виникають внаслідок деформації нерівностей на поверхнях тіл, та *сили міжмолекулярного притягання* частинок двох тіл. Тому *природа сил тертя – електромагнітна*.

Сила тертя спокою $\vec{F}_{\text{тер спокою}}$ – це сила, яка з'являється між дотичними поверхнями тіл і перешкоджає виникненню руху одного тіла по поверхні іншого.

Сила тертя спокою завжди дорівнює за модулем і протилежна за напрямком зовнішній силі, яка діє вздовж поверхні зіткнення тіл і намагається зрушити тіло з місця:

$$\vec{F}_{\text{тер спокою}} = -\vec{F}_{\text{зовн}}$$

Саме сила тертя спокою є тією *рушійною силою*, завдяки якій пересуваються люди, тварини, транспорт.

Після того, як зовнішня сила, що діє на тіло, зрівнюється із максимальною силою тертя спокою, тіло починає ковзання, – у цьому випадку говорять про *силу тертя ковзання*.

Сила тертя ковзання $\vec{F}_{\text{тер ковз}}$ – це сила, яка виникає під час відносного руху (ковзання) одного тіла по поверхні іншого.

Сила тертя ковзання завжди напрямлена вздовж поверхні дотику тіл у бік, протилежний напрямку відносної швидкості руху тіл.

Експериментально встановлено, що *сила тертя ковзання залежить від властивостей дотичних поверхонь тіл і прямо пропорційна силі нормальної реакції опори $\vec{N}$* . Цю залежність можна записати у вигляді:

$$F_{\text{тер ковз}} = \mu N,$$

де μ – *коефіцієнт тертя ковзання*, який залежить, зокрема, від матеріалів, з яких виготовлені дотичні тіла, і якості обробки їхніх поверхонь.

Коефіцієнти тертя ковзання визначають експериментально. Зазвичай, *таблиці значень цих коефіцієнтів містять орієнтовні середні значення для пар матеріалів*.

Слід зазначити: 1) *сила тертя спокою і сила тертя ковзання не залежать від площі дотичних поверхонь*, тому, наприклад, заточування ковзанів не збільшує силу тертя; 2) *сила тертя ковзання трохи менша за максимальну силу тертя спокою*, тому тіло зрушує з місця ривком, а масивні предмети важче зрушити з місця, ніж потім тягти.

Силу тертя ковзання можна зменшити, змастивши дотичні поверхні. Тверде змащення змінює якість поверхні, а рідке – віддаляє дотичні поверхні одну від одної, в результаті чого *сухе тертя замінюється рідким, значно слабшим*.

Тертя істотно зменшиться, якщо між дотичними поверхнями розташувати тверді котки. Дослід показує, що за однакових умов *сила тертя ковзання в десятки разів більша за силу тертя кочення*.

Приклад 9. Під дією горизонтальної сили 5 Н тіло масою 1 кг рухається по горизонтальній поверхні з прискоренням 2 м/с^2 . Чому дорівнює коефіцієнт тертя?

$$F_{\text{рівн}} = F_{\text{зовн}} - F_{\text{тер}}, ma = 5 - \mu N = 5 - \mu mg, \mu = (5 - 1 \cdot 2) / (1 \cdot 10) = 3/10 = 0,3.$$

Відповідь: 0,3.

Приклад 10. Якою може бути максимальна сила тертя спокою між бруском масою 2,4 кг і горизонтальним столом, якщо коефіцієнт тертя між ними становить 0,6? Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$F_{\text{тер спокою max}} = \mu mg = 0,6 \cdot 2,4 \cdot 10 = 14,4 \text{ (Н)}$$

Відповідь: 14,4 Н.

Приклад 11. Брусок масою 3 кг лежить на столі, коефіцієнт тертя 0,4. Якою є сила тертя між бруском і столом, якщо горизонтальний динамометр, яким учень діє на брусок, показує 10 Н?

$$F_{\text{тер ковз}} = 0,4 \cdot 3 \cdot 10 = 12 \text{ (Н)} > F_{\text{зовн}} = 10 \text{ Н}$$

Брусок не рухається

$$F_{\text{тер спокою}} = F_{\text{зовн}} = 10 \text{ Н}$$

Відповідь: 10 Н.

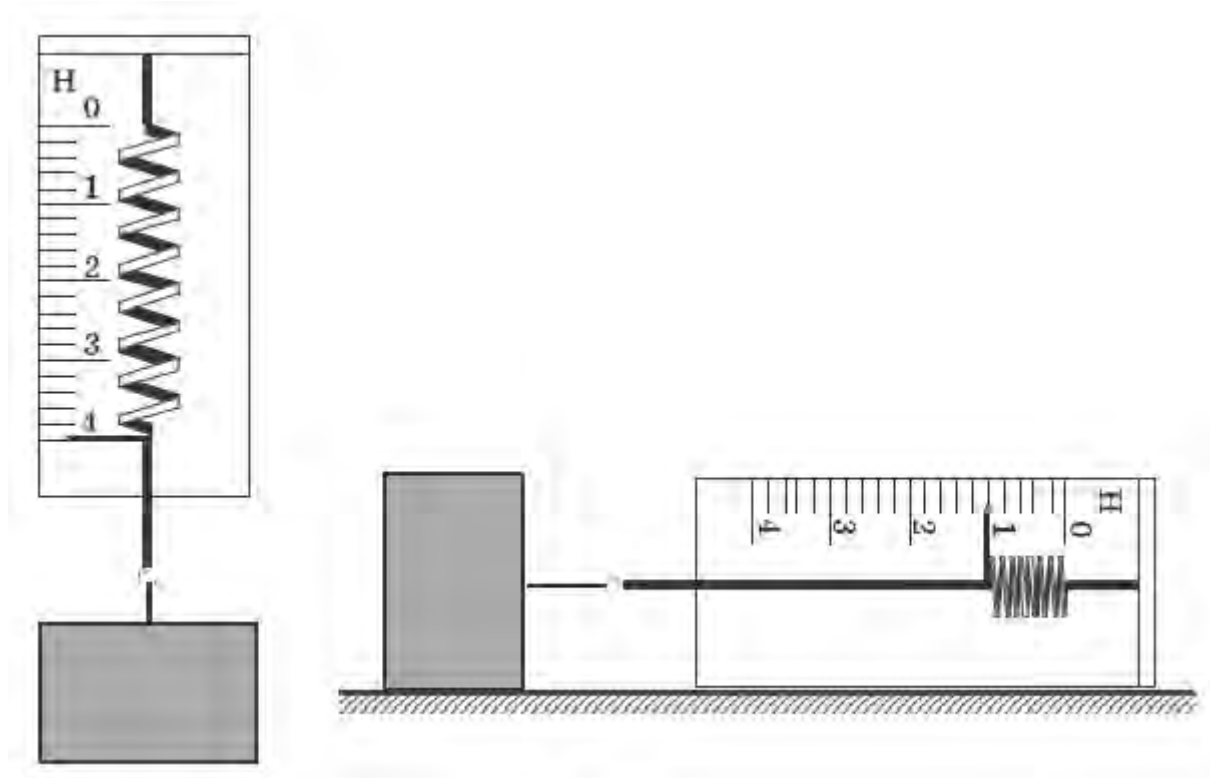
Приклад 12. По льоду з певною швидкістю ковзає шайба у північному напрямку. З яким прискоренням (напрямом та числовим значенням) рухатиметься ця шайба, коли потрапить на ділянку, вкриту

шаром піску? Коефіцієнт тертя між шайбою та піском 0,8. Вважайте, що $g=10 \text{ м/с}^2$.

$$F_{\text{рівн}} = F_{\text{тер}}, \quad ma = \mu mg, \quad a = \mu g = 0,8 * 10 = 8 \text{ м/с}^2$$

Відповідь: південний напрямок, 8 м/с^2 .

Приклад 13. Під час проведення лабораторної роботи учень спочатку підвісив брусок до динамометра, а потім за допомогою того самого динамометра почав рівномірно тягнути його по столу (див. рисунок). Яким виявився коефіцієнт тертя ковзання між бруском та столом за даними експерименту?



Відповідь: 0,25.

Приклад 14. Визначте гальмівний шлях автомобіля під час екстреного гальмування, якщо коефіцієнт тертя між шинами автомобіля й дорожнім покриттям дорівнює 0,4. Швидкість руху автомобіля перед початком гальмування становила 72 км/год. Вважайте, що $g=10 \text{ м/с}^2$.

$$v_0 = 72 \text{ км/год} = 20 \text{ м/с}, v = 0.$$

$$F_{\text{рівн}} = F_{\text{тер}}, ma = \mu mg, a = \mu g = 0,4 * 10 = 4 \text{ м/с}^2$$

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{-400}{-8} = 50 \text{ (м)}$$

Відповідь: 50 м.

Приклад 15. По горизонтальному столу за допомогою пружини, яка весь час паралельна до поверхні стола, рівномірно тягнуть брусок. Визначте коефіцієнт тертя між столом і бруском, якщо пружина під час досліду розтягується на 8 см. Маса бруска 6 кг, жорсткість пружини 300 Н/м. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$x = 0,08, m = 6 \text{ кг}, k = 300 \text{ Н/м}.$$

$$F_{\text{пр}} = F_{\text{тер}}, kx = \mu mg, \mu = kx/mg = 300 * 0,08 / (6 * 10) = 24/60 = 0,4.$$

Відповідь: 0,4.

Приклад 16. На тіло масою 100 г, яке нерухомо лежить на похилій площині, діє сила тертя 0,5 Н. Який кут складає площина з горизонтом?

$$mg \sin \alpha = F_{\text{тер}} = 0,5, \sin \alpha = 0,5 / (0,1 * 10) = 0,5, \alpha = 30^\circ$$

Відповідь: 30° .

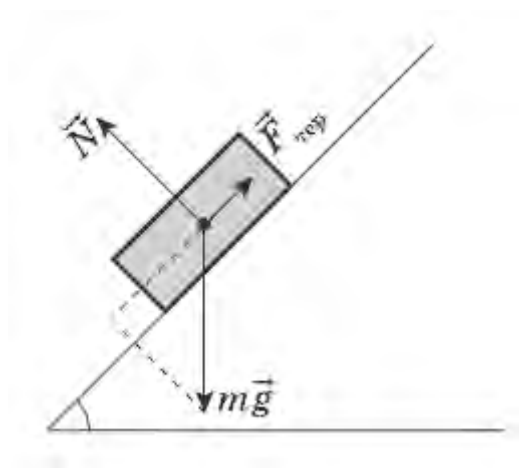
Домашнє завдання:

основне: 1.64, 1.65, 1.68, 1.70, 1.76, 1.89.

додаткове: 1.86, 1.88.

Тема 6. Застосування законів динаміки.

Приклад 1. На рисунку в певному масштабі позначені всі сили, що діють на тіло, яке рухається похилою площиною. Опишіть напрямок (вниз чи вгору) і характер руху тіла (рівномірно або рівноприскорено: зі збільшенням чи зменшенням швидкості).



Відповідь: вниз, рівноприскорено зі збільшенням швидкості.

Приклад 2. Для того, щоб втягувати рівномірно по гладенькій похилій площині тіло масою 10 кг, уздовж похилої площини потрібно прикладати силу 50 Н. З яким прискоренням це тіло буде зісковзувати по цій площині, якщо тіло відпустити? Вважайте, що $g=10 \text{ м/с}^2$.

Відповідь: 5 м/с^2 .

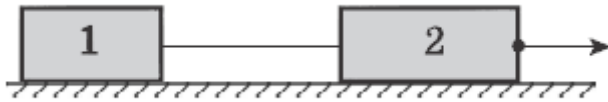
Приклад 3. Яку силу потрібно прикладати до тіла вздовж похилої площини, щоб рівномірно втягувати його по цій похилій площині? Маса тіла 4 кг, кут нахилу площини 30° , коефіцієнт тертя рівний 0,2. Вважайте, що $g=10 \text{ м/с}^2$, $\sin 30^\circ = 0,5$, $\cos 30^\circ = 0,87$.

$$F = mgsin\alpha + \mu mg\cos\alpha = mg(sin\alpha + \mu\cos\alpha)$$

$$F = 4 \cdot 10 \cdot (0,5 + 0,2 \cdot 0,87) = 40 \cdot 0,674 = 27 \text{ (Н)}$$

Відповідь: 27 Н.

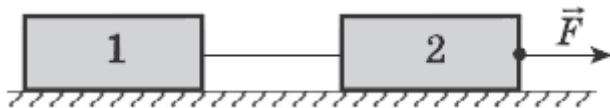
Приклад 4. По гладенькому горизонтальному столу тягнуть два бруски з прискоренням 2 м/с^2 (див. рисунок). Маса першого бруска – 400 г, другого – 600 г. Яке значення має сила натягу нитки, що з'єднує бруски?



$$F_{\text{н1}} = m_1 a = 0,4 * 2 = 0,8 \text{ (Н)}$$

Відповідь: 0,8 Н.

Приклад 5. По гладенькому горизонтальному столу за допомогою сили F тягнуть два однакові бруски з прискоренням 3 м/с^2 (див. рисунок). Як зміниться сила натягу нитки, що з'єднує бруски, якщо на перший брусок покласти ще один такий самий? Сила F залишається незмінною.



m – маса одного бруска, $a_1 = 3 \text{ м/с}^2$.

$$F = 2ma_1 = 3ma_2, a_2 = 2/3 * a_1 = 2/3 * 3 = 2 \text{ м/с}^2.$$

Сила натягу спочатку: $F_{\text{н1}} = ma_1 = 3m$

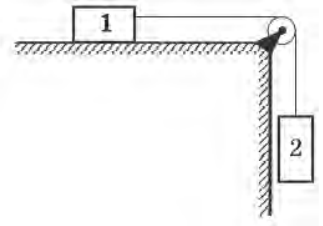
Сила натягу після того, як поклали ще один брусок:
 $F_{\text{н2}} = 2ma_2 = 4m = 4/3 * F$

Відповідь: збільшиться в $1 \frac{1}{3}$ рази.

Приклад 6. Брусок 1 втримують на гладенькому горизонтальному столі, а брусок 2 висить на нитці, прив'язаній до бруска 1 та перекинутій через блок на краю стола (див. рисунок). Як

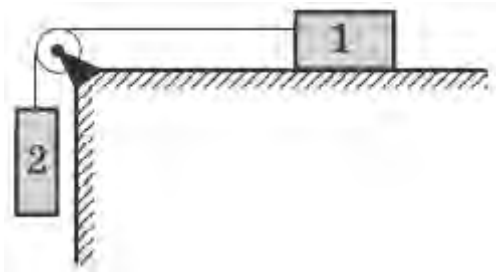
поводитиметься після звільнення брусок 1 залежно від співвідношення мас брусків?

- А Якщо $m_1 = 4m_2$, брусок 1 рухатиметься рівномірно вліво
- Б Якщо $m_1 = 2m_2$, брусок 1 перебуватиме в стані спокою
- В Якщо $m_1 = m_2$, брусок 1 рухатиметься рівномірно вправо
- Г За будь-якого співвідношення між m_1 та m_2 брусок 1 рухатиметься рівноприскорено вправо



Відповідь: Г.

Приклад 7. Маса першого бруска – 2 кг, маса другого – 500 г (див. рисунок). Якою є сила натягу нитки, яка їх з'єднує, якщо коефіцієнт тертя між першим бруском та столом становить 0,2? Вважайте, що $g=10 \text{ м/с}^2$.



$$F_{\text{тер}} = 0,2 \cdot 2 \cdot 10 = 4 \text{ (Н)}$$

$$F_{\text{тяж } 2} = m_2 g = 0,5 \cdot 10 = 5 \text{ (Н)}$$

Перше тіло рухається вправо з прискоренням. Тому $m_1 a = T - \mu m_1 g$. Друге тіло опускається з тим же прискоренням $m_2 a = m_2 g - T$. Звідси для сили натягу отримуємо $T = \frac{m_1 m_2 (1 + \mu) g}{m_1 + m_2} = 4,8 \text{ Н}$.

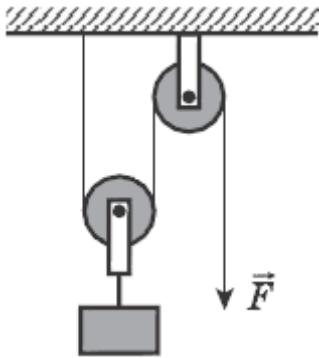
Відповідь: 4,8 Н.

Приклад 8. Нерухомий блок:

- А) дає програш у силі в 2 рази;
- Б) дає програш у переміщенні в 2 рази;
- В) дає виграш у силі в 2 рази;
- Г) не дає програшу і виграшу ні в силі, ні в переміщенні.

Відповідь: Г.

Приклад 9. Яку силу потрібно прикласти до вільного кінця мотузки, щоб рівномірно піднімати вантаж масою 10 кг за допомогою рухомого та нерухомого блоків (див. рисунок)? Масою рухомого блока знехтуйте. Тертя відсутнє. Вважайте, що $g=10 \text{ м/с}^2$.

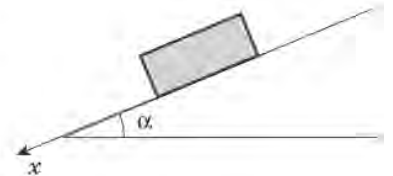


Відповідь: 50 Н.

Приклад 10. З похилої площини з прискоренням з'їжджає брусок (див. рисунок). Установіть відповідність між виразами, за якими можна обчислити числове значення векторів, та назвами цих векторів або проекцій цих векторів. Маса бруска – m , коефіцієнт тертя між бруском та похилою площиною – μ .

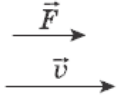
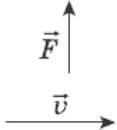
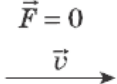
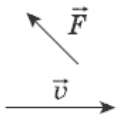
1	$mg \sin \alpha$
2	$\mu mg \cos \alpha$
3	$g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$
4	$mg \cos \alpha$

А	Сила нормальної реакції опори
Б	Вага тіла
В	Сила тертя
Г	Проекція сили тяжіння на вісь Ox
Д	Прискорення тіла



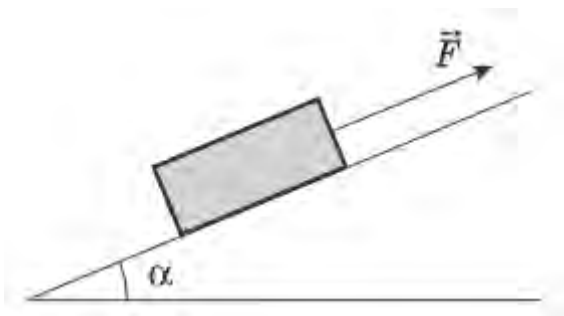
Відповідь: 1 – Г, 2 – В, 3 – Д, 4 – А.

Приклад 11. Установіть відповідність між напрямом сили, яка діє на тіло, що рухається, та характером руху тіла.

1		А Тіло рухається прямолінійно зі зменшенням швидкості
2		Б Тіло рухається прямолінійно зі збільшенням швидкості
3		В Тіло рівномірно обертається по колу
4		Г Тіло рухається прямолінійно рівномірно
		Д Тіло рухається криволінійно зі зменшенням модуля швидкості

Відповідь: 1 – Б, 2 – В, 3 – Г, 4 – Д.

Приклад 12. Визначте прискорення бруска масою 40 кг, на який діє сила 293 Н вгору вздовж похилої площини (див. рисунок). Коефіцієнт тертя між брусом та похилою площиною дорівнює 0,25, кут $\alpha = 30^\circ$. Вважайте, що $g=10 \text{ м/с}^2$, $\sin 30^\circ = 0,5$, $\cos 30^\circ = 0,87$.

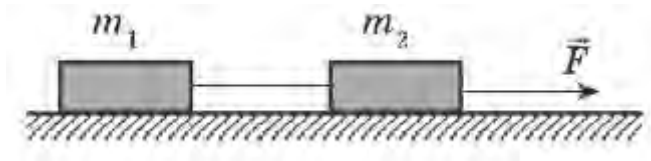


$$\begin{aligned}
 ma &= F - mgsin\alpha - \mu mg\cos\alpha \\
 &= 293 - 40 \cdot 10 \cdot 0,5 - 0,25 \cdot 40 \cdot 10 \cdot 0,87 \\
 &= 293 - 200 - 87 = 6 \text{ (Н)}
 \end{aligned}$$

$$a = 6/40 = 0,15 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: $0,15 \text{ м/с}^2$.

Приклад 13. Визначте силу натягу нитки, якою зв'язані два бруски (див. рисунок), якщо $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 3$ кг, $F = 32$ Н, а коефіцієнт тертя між брусками і поверхнею стола дорівнює 0,3. Вважайте, що $g=10$ м/с².



Спочатку потрібно визначити прискорення системи:

$$a = \frac{F - F_{\text{тер}}}{m} = \frac{F - \mu mg}{m} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Сила натягу нитки забезпечує рух першого бруска саме з цим прискоренням $m_1 a = T - F_{\text{тер}1} = T - \mu m_1 g$. Звідси отримуємо: $T = m_1 a + \mu m_1 g = 5 + 3 = 8$ (Н).

Відповідь: 8 Н.

Приклад 14. Опуклий міст має форму дуги кола радіусом 144 м. Автомобіль масою 2 т рухається мостом зі швидкістю 86,4 км/год. З якою силою діє автомобіль на поверхню дороги в момент проходження середини моста? Вважайте, що $g=10$ м/с².

Автомобіль, який проходить середину опуклого моста, рухається з доцентровим прискоренням, яке спрямоване вниз. Під час руху тіла з прискоренням вага буде дорівнювати $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$. Оскільки доцентрове прискорення автомобіля спрямоване вниз,

$$P = m(g - a_{\text{доц}}) = m \left(g - \frac{v^2}{R} \right) = 2000 \cdot \left(10 - \frac{24^2}{144} \right) = 12 \text{ (кН)}.$$

Відповідь: 12 кН.

Домашнє завдання:

Основне: 1.75, 1.77, 1.81, 1.82, 1.87, 1.92, 1.93

Додаткове: 1.94, 1.95.