

## Тема 5. Основи динаміки. Частина 2.

### Закон Гука. Сила пружності.

Взаємодія тіл може викликати не тільки зміну їхніх швидкостей, а й деформації. Сила, що при цьому виникає, називається **силою пружності**.

Англійський природодослідник, учений та експериментатор Роберт Гук відкрив закон, який було названо його ім'ям.

Деформація пружних тіл (їхнє видовження та скорочення) прямо пропорційна силі, яка їх розтягує чи стискає, а сила пружності дорівнює:

$$\vec{F}_{\text{пр}} = -k\vec{x},$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності, який називається **жорсткістю**, характеризує здатність тіла протидіяти деформації;  $x$  – **абсолютна деформація** (лінійне видовження чи стиснення тіла, зміщення кінця тіла).

*Одиниця жорсткості в СІ – ньютон на метр (Н/м).*

Знак « $\rightarrow$ » показує, що сила пружності завжди напрямлена в бік, протилежний напрямку зміщення.

$$x = \Delta l = l - l_0,$$

де  $l$  – довжина деформованого тіла,  $l_0$  – початкова довжина тіла,  $\Delta l$  – **видовження** тіла.

**Відносне видовження** тіла  $\varepsilon$  – це фізична величина, яка дорівнює відношенню видовження  $\Delta l$  до початкової довжини тіла  $l_0$ :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad \text{або} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100\%.$$

**Механічна напруга**  $\sigma$  – це фізична величина, яка характеризує деформоване тіло і дорівнює відношенню модуля сили пружності  $F_{\text{пр}}$  до площі  $S$  поперечного перерізу тіла:

$$\sigma = \frac{F_{\text{пр}}}{S}$$

(тут ми розглядаємо тільки тіла з однаковою площею поперечного перерізу, наприклад, стрижні).

*Одиниця механічної напруги в СІ – паскаль ( $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$ ).*

У випадку малих пружних деформацій розтягнення та стиснення механічна напруга прямо пропорційна відносному видовженню  $\varepsilon$ :

$$\sigma = E|\varepsilon|,$$

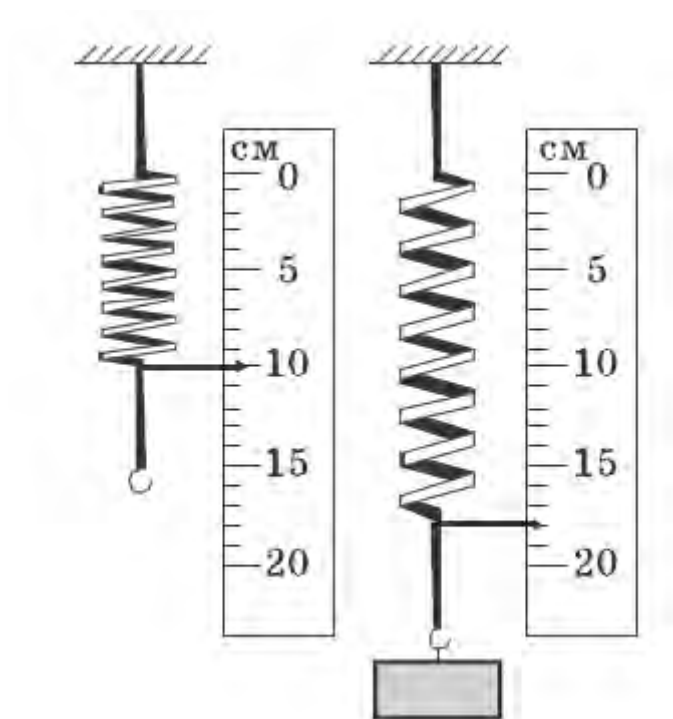
де  $E$  – модуль Юнга (модуль пружності).

Остання формула являє собою ще одне формулювання закону Гука.

Відносне видовження  $\varepsilon$  – величина, яка не має розмірності, тому *одиниця модуля Юнга в СІ – паскаль* (як і одиниця механічної напруги). Модуль Юнга характеризує пружні властивості матеріалу, його визначають експериментально і фіксують у таблицях.

Природа сил пружності – **електромагнітна**. Якщо тіло не деформоване, то сили притягання частинок (атомів, молекул, йонів) дорівнюють силам відштовхування. У разі деформації взаємне розташування частинок змінюється. Якщо відстань між ними збільшується, то електромагнітні сили притягання стають більшими, ніж сили відштовхування, і в результаті атоми (молекули, йони) притягуються одне до одного. Якщо відстань між частинками зменшується, то більшими стають електромагнітні сили відштовхування. Інакше кажучи, частинки «прагнуть» повернутися до стану рівноваги. Таким чином, *сила пружності – прояв електромагнітної взаємодії частинок речовини*.

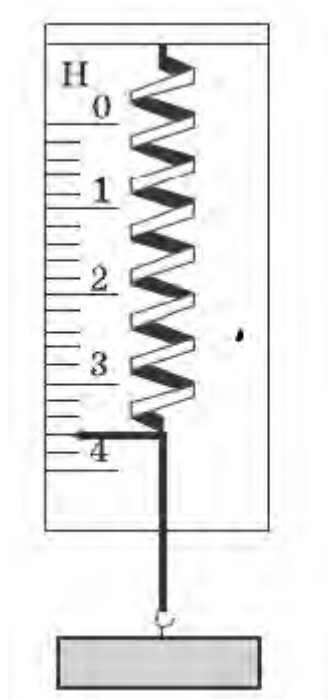
**Приклад 1.** Під час визначення жорсткості пружини до неї підвісили тіло масою 400 г (див. рисунок). Якою виявилась жорсткість пружини після обчислень? Вважайте, що  $g=10 \text{ м/с}^2$ .



$$F_{\text{пр}} = F_{\text{тяж}}, kx = mg, k = mg/x = 0,4 \cdot 10 / 0,08 = 50 \text{ (Н/м)}.$$

**Відповідь:** 50 Н/м.

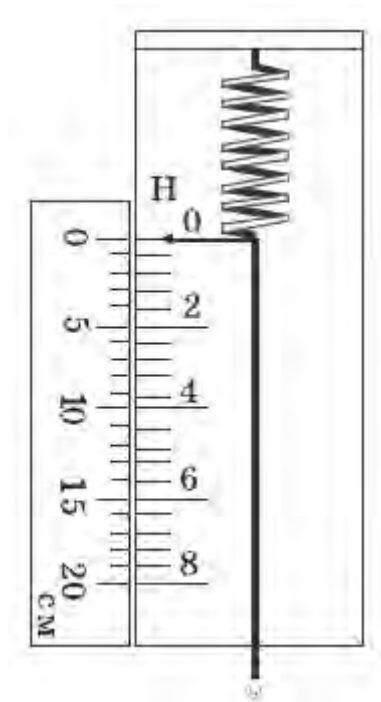
**Приклад 2.** Якою є маса вантажу, підвішеного до пружини динамометра? Вважайте, що  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .



$$F_{\text{тяж}} = mg = 3,6 \text{ Н}, m = 3,6 / 10 = 0,36 \text{ кг}.$$

**Відповідь:** 0,36 кг.

**Приклад 3.** Під час підготовки до лабораторної роботи учень отримав завдання за допомогою лінійки визначити жорсткість пружини динамометра. Якою виявилась жорсткість пружини після обчислень?



$$F_{\text{тяж}} = F_{\text{пр}} = kx, \quad 8 = k \cdot 0,2, \quad k = 8/0,2 = 40 \text{ (Н/м)}$$

**Відповідь:** 40 Н/м.

**Приклад 4.** Тіло масою 2 кг висить на пружині жорсткістю 40 Н/м. Знайти видовження пружини. Прийняти  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

$$kx = mg, \quad x = mg/k = 2 \cdot 10 / 40 = 0,5 \text{ (м)}.$$

**Відповідь:** 0,5 м.

**Приклад 5.** Пружини жорсткостями 30 Н/м і 60 Н/м з'єднали послідовно. Якою є загальна жорсткість такого з'єднання?

$$F_1 = F_2 = F, \quad x = x_1 + x_2, \quad F/k = F_1/k_1 + F_2/k_2, \quad 1/k = 1/k_1 + 1/k_2,$$

$$1/k = 1/30 + 1/60 = 1/20, \quad k = 20 \text{ Н/м}.$$

**Відповідь:** 20 Н/м.

**Приклад 6.** Дві однакові пружини жорсткостями 30 Н/м кожна з'єднали паралельно. Якою є загальна жорсткість такого з'єднання, якщо вантаж причепили до обох пружин одночасно?

$$x_1 = x_2 = x, F_1 + F_2 = F, kx = k_1x_1 + k_2x_2, k = k_1 + k_2 = 30 + 30 = 60 \text{ (Н/м)}.$$

**Відповідь:** 60 Н/м.

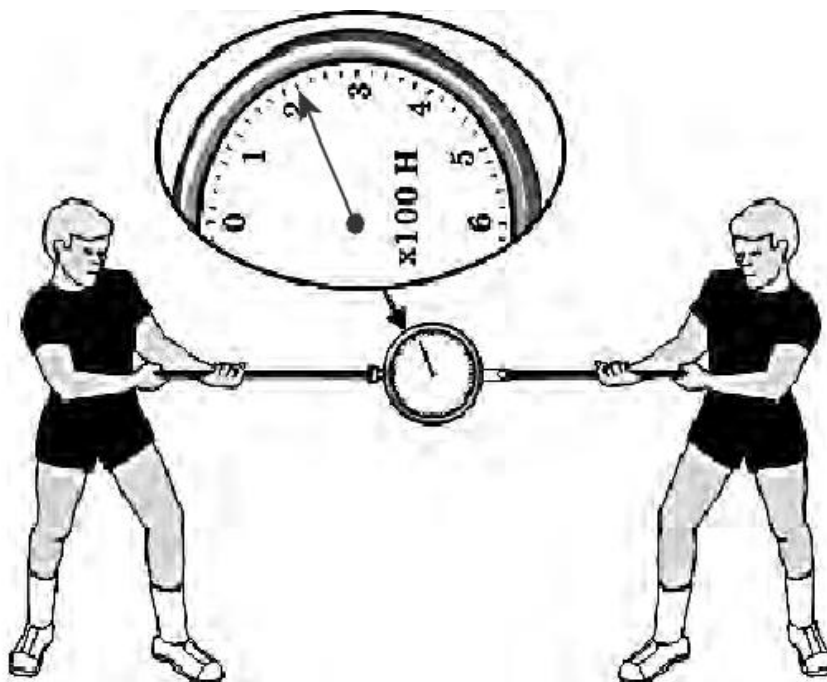
### Приклад 7.

Установіть відповідність між характером руху тіла та напрямом рівнодійної сил, що діють на тіло.

|                                                               |                                                                               |
|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| 1 Прямолінійний рівномірний рух                               | А Рівнодійна сил, що діють на тіло, збігається за напрямом зі швидкістю       |
| 2 Прямолінійний рівноприскорений рух зі збільшенням швидкості | Б Рівнодійна сил, що діють на тіло, напрямлена перпендикулярно швидкості      |
| 3 Криволінійний нерівномірний рух                             | В Рівнодійна сил, що діють на тіло, протилежна за напрямом до швидкості       |
| 4 Рівномірний рух по колу                                     | Г Рівнодійна сил, що діють на тіло, напрямлена під гострим кутом до швидкості |
|                                                               | Д Рівнодійна сил, що діють на тіло, дорівнює нулю                             |

**Відповідь:** 1 – Д, 2 – А, 3 – Г, 4 – Б.

**Приклад 8.** Два хлопці кожен тягнуть на себе мотузки, які прив'язані до динамометра. Визначте силу, яку кожен із хлопців прикладає до мотузки.



**Відповідь:** 220 Н.

## Сила тертя

У ході будь-якого руху тіло обов'язково контактує з мікро- або макротілами навколо (поверхнею іншого тіла, частинками рідини або газу, всередині яких рухається тіло, тощо). Під час такого контакту виникають сили, що сповільнюють рух тіла, – ці сили називають *силами тертя*.

Сила тертя  $\vec{F}_{\text{тер}}$  – це сила, яка виникає під час руху або спроби руху одного тіла по поверхні іншого чи під час руху тіла всередині рідкого чи газоподібного середовища.

*Сила тертя завжди напрямлена вздовж поверхні дотичних тіл протилежно швидкості їхнього відносного переміщення.*

Тертя між поверхнею твердого тіла та навколишнім рідким або газоподібним середовищем, у якому це тіло рухається, називають *опором середовища* або *рідким (в'язким) тертям*. Тертя між поверхнями двох дотичних твердих тіл називають *сухим тертям*. Розрізняють три види сухого тертя: *тертя спокою, тертя ковзання, тертя кочення*.

Причиною виникнення сил тертя є *сили пружності*, які виникають внаслідок деформації нерівностей на поверхнях тіл, та *сили міжмолекулярного притягання* частинок двох тіл. Тому *природа сил тертя – електромагнітна*.

**Сила тертя спокою**  $\vec{F}_{\text{тер спокою}}$  – це сила, яка з'являється між дотичними поверхнями тіл і перешкоджає виникненню руху одного тіла по поверхні іншого.

*Сила тертя спокою завжди дорівнює за модулем і протилежна за напрямком зовнішній силі, яка діє вздовж поверхні зіткнення тіл і намагається зрушити тіло з місця:*

$$\vec{F}_{\text{тер спокою}} = -\vec{F}_{\text{зовн}}$$

Саме сила тертя спокою є тією *рушійною силою*, завдяки якій пересуваються люди, тварини, транспорт.

Після того, як зовнішня сила, що діє на тіло, зрівнюється із максимальною силою тертя спокою, тіло починає ковзання, – у цьому випадку говорять про *силу тертя ковзання*.

**Сила тертя ковзання**  $\vec{F}_{\text{тер ковз}}$  – це сила, яка виникає під час відносного руху (ковзання) одного тіла по поверхні іншого.

*Сила тертя ковзання завжди напрямлена вздовж поверхні дотику тіл у бік, протилежний напрямку відносної швидкості руху тіл.*

Експериментально встановлено, що *сила тертя ковзання залежить від властивостей дотичних поверхонь тіл і прямо пропорційна силі нормальної реакції опори  $\vec{N}$* . Цю залежність можна записати у вигляді:

$$F_{\text{тер ковз}} = \mu N,$$

де  $\mu$  – *коефіцієнт тертя ковзання*, який залежить, зокрема, від матеріалів, з яких виготовлені дотичні тіла, і якості обробки їхніх поверхонь.

Коефіцієнти тертя ковзання визначають експериментально. Зазвичай, *таблиці значень цих коефіцієнтів містять орієнтовні середні значення для пар матеріалів*.

Слід зазначити: 1) *сила тертя спокою і сила тертя ковзання не залежать від площі дотичних поверхонь*, тому, наприклад, заточування ковзанів не збільшує силу тертя; 2) *сила тертя ковзання трохи менша за максимальну силу тертя спокою*, тому тіло зрушує з місця ривком, а масивні предмети важче зрушити з місця, ніж потім тягти.

Силу тертя ковзання можна зменшити, змастивши дотичні поверхні. Тверде змащення змінює якість поверхні, а рідке – віддаляє дотичні поверхні одну від одної, в результаті чого *сухе тертя замінюється рідким*, значно слабшим.

Тертя істотно зменшиться, якщо між дотичними поверхнями розташувати тверді котки. Дослід показує, що за однакових умов *сила тертя ковзання в десятки разів більша за силу тертя кочення*.

**Приклад 9.** Під дією горизонтальної сили 5 Н тіло масою 1 кг рухається по горизонтальній поверхні з прискоренням  $2 \text{ м/с}^2$ . Чому дорівнює коефіцієнт тертя?

$$F_{\text{рівн}} = F_{\text{зовн}} - F_{\text{тер}}, ma = 5 - \mu N = 5 - \mu mg, \mu = (5 - 1 \cdot 2) / (1 \cdot 10) = 3/10 = 0,3.$$

**Відповідь:** 0,3.

**Приклад 10.** Якою може бути максимальна сила тертя спокою між бруском масою 2,4 кг і горизонтальним столом, якщо коефіцієнт тертя між ними становить 0,6? Вважайте, що  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

$$F_{\text{тер спокою max}} = \mu mg = 0,6 \cdot 2,4 \cdot 10 = 14,4 \text{ (Н)}$$

**Відповідь:** 14,4 Н.

**Приклад 11.** Брусок масою 3 кг лежить на столі, коефіцієнт тертя 0,4. Якою є сила тертя між бруском і столом, якщо горизонтальний динамометр, яким учень діє на брусок, показує 10 Н?

$$F_{\text{тер ковз}} = 0,4 \cdot 3 \cdot 10 = 12 \text{ (Н)} > F_{\text{зовн}} = 10 \text{ Н}$$

Брусок не рухається

$$F_{\text{тер спокою}} = F_{\text{зовн}} = 10 \text{ Н}$$

**Відповідь:** 10 Н.

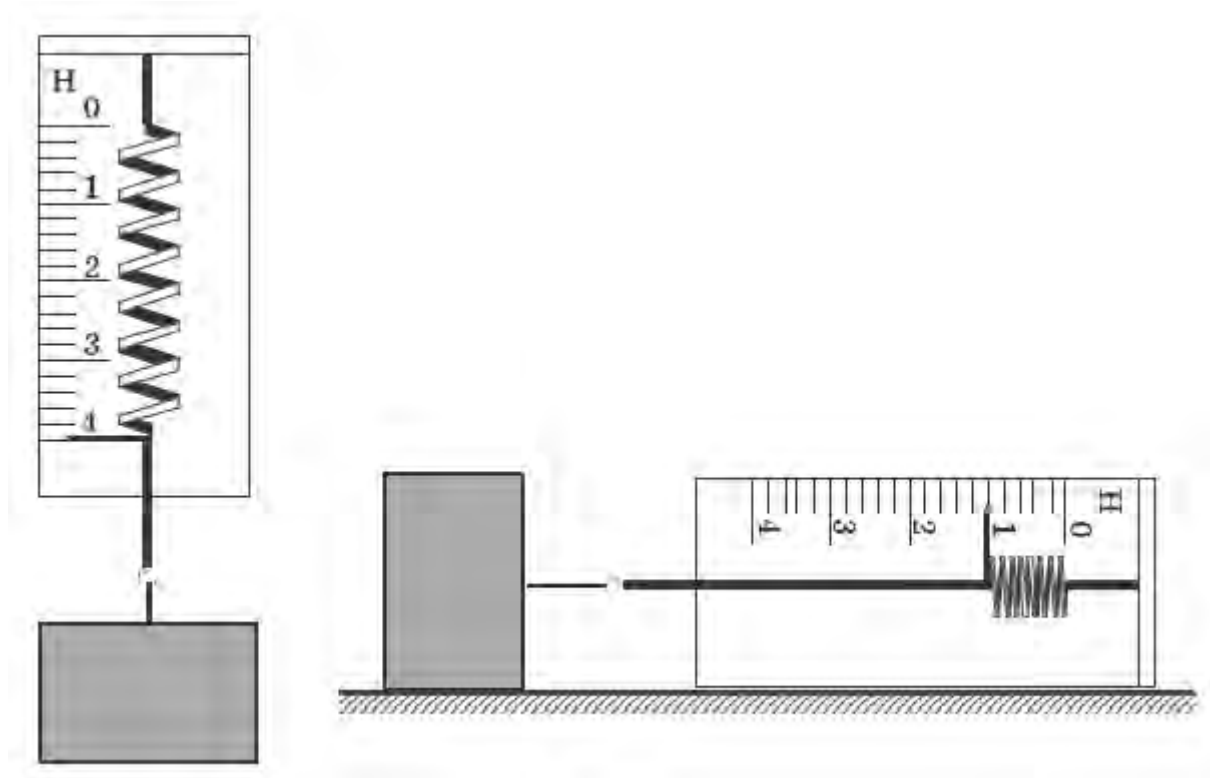
**Приклад 12.** По льоду з певною швидкістю ковзає шайба у північному напрямку. З яким прискоренням (напрямом та числовим значенням) рухатиметься ця шайба, коли потрапить на ділянку, вкриту

шаром піску? Коефіцієнт тертя між шайбою та піском 0,8. Вважайте, що  $g=10 \text{ м/с}^2$ .

$$F_{\text{рівн}} = F_{\text{тер}}, \quad ma = \mu mg, \quad a = \mu g = 0,8 * 10 = 8 \text{ м/с}^2$$

**Відповідь:** південний напрямок,  $8 \text{ м/с}^2$ .

**Приклад 13.** Під час проведення лабораторної роботи учень спочатку підвісив брусок до динамометра, а потім за допомогою того самого динамометра почав рівномірно тягнути його по столу (див. рисунок). Яким виявився коефіцієнт тертя ковзання між бруском та столом за даними експерименту?



**Відповідь:** 0,25.

**Приклад 14.** Визначте гальмівний шлях автомобіля під час екстреного гальмування, якщо коефіцієнт тертя між шинами автомобіля й дорожнім покриттям дорівнює 0,4. Швидкість руху автомобіля перед початком гальмування становила 72 км/год. Вважайте, що  $g=10 \text{ м/с}^2$ .

$$v_0 = 72 \text{ км/год} = 20 \text{ м/с}, v = 0.$$

$$F_{\text{рівн}} = F_{\text{тер}}, ma = \mu mg, a = \mu g = 0,4 * 10 = 4 \text{ м/с}^2$$

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{-400}{-8} = 50 \text{ (м)}$$

**Відповідь:** 50 м.

**Приклад 15.** По горизонтальному столу за допомогою пружини, яка весь час паралельна до поверхні стола, рівномірно тягнуть брусок. Визначте коефіцієнт тертя між столом і бруском, якщо пружина під час досліду розтягується на 8 см. Маса бруска 6 кг, жорсткість пружини 300 Н/м. Вважайте, що  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

$$x = 0,08, m = 6 \text{ кг}, k = 300 \text{ Н/м}.$$

$$F_{\text{пр}} = F_{\text{тер}}, kx = \mu mg, \mu = kx/mg = 300 * 0,08 / (6 * 10) = 24/60 = 0,4.$$

**Відповідь:** 0,4.

**Приклад 16.** На тіло масою 100 г, яке нерухомо лежить на похилій площині, діє сила тертя 0,5 Н. Який кут складає площина з горизонтом?

$$mg \sin \alpha = F_{\text{тер}} = 0,5, \sin \alpha = 0,5 / (0,1 * 10) = 0,5, \alpha = 30^\circ$$

**Відповідь:**  $30^\circ$ .

**Домашнє завдання:**

основне: 1.64, 1.65, 1.68, 1.70, 1.76, 1.89.

додаткове: 1.86, 1.88.