

Тема 8. Статика.

Рівновага тіла – це збереження стану руху або спокою тіла з плином часу.

Тіло, що рухається поступально (відсутнє обертання), зберігає швидкість свого руху постійною, якщо рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю.

Момент сил. Правило моментів.

Якщо тіло не може рухатись поступально, а може тільки обертатися навколо нерухомої осі, то *причиною зміни швидкості обертального руху є наявність моменту сил.*

Момент сили M – це фізична величина, що дорівнює добутку модуля сили F , яка діє на тіло, на плече l цієї сили:

$$M = Fl$$

Одиниця моменту сили в СІ – ньютон-метр (Н · м).

Плече сили l – це найменша відстань від осі обертання до лінії дії сили.

Значення моментів сил, які повертають тіло *проти ходу годинникової стрілки*, прийнято вважати *додатними*. Значення моментів сил, які повертають тіло *за годинниковою стрілкою*, вважають *від'ємними*.

Сформулюємо **правило моментів**.

Тіло, яке має нерухому вісь обертання, перебуває в рівновазі, якщо алгебраїчна сума моментів усіх сил, що діють на тіло, відносно осі обертання дорівнює нулю:

$$M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0 .$$

Рівновага тіла в загальному випадку.

Якщо тіло може рухатись поступально, а також здійснювати обертальний рух навколо деякої осі, то це тіло перебуватиме в рівновазі, якщо дотримані обидві умови рівноваги:

1) рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0;$$

2) алгебраїчна сума моментів усіх сил, що діють на тіло, відносно осі обертання дорівнює нулю:

$$M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0 .$$

Центр мас.

Центр мас тіла – це точка перетину прямих, уздовж яких напрямлені сили, що викликають тільки поступальний рух тіла.

Якщо розміри тіла невеликі порівняно з радіусом Землі, то центр мас цього тіла збігається з точкою прикладення сили тяжіння (центром тяжіння тіла).

Центр мас симетричних фігур перебуває в їхньому геометричному центрі; центр мас трикутника лежить у точці перетину його медіан.

Види рівноваги тіл.

Розрізняють *стійку, нестійку, байдужу рівноваги.*

Рівновагу тіла називають **стійкою**, якщо в разі будь-яких малих відхилень від положення рівноваги тіло, надане самому собі, знову повертається в початкове положення.

У положенні стійкої рівноваги *центр мас тіла займає найнижче із можливих найближчих положень*, а в разі відхилення тіла виникає *рівнодійна сила \vec{F} , яка повертає тіло у вихідне положення.*

Рівновагу тіла називають **нестійкою**, якщо в разі будь-яких малих відхилень від положення рівноваги тіло, надане самому собі, ще більше відхиляється від початкового положення.

У стані нестійкої рівноваги в разі будь-яких незначних відхилень тіла від положення рівноваги *рівнодійна сил, які діють на тіло, або моменти цих сил прагнуть ще більше відхилити тіло.*

Рівновагу тіла називають **байдужою**, якщо в разі будь-яких малих відхилень від положення рівноваги тіло, надане самому собі, залишається у своєму новому положенні.

При відхиленні тіла, яке перебуває у стані байдужої рівноваги, сили, що діють на тіло, залишаються врівноваженими, а сума моментів цих сил дорівнює нулю.

Тіло, яке спирається на горизонтальну площину, перебуває у стані стійкої рівноваги, якщо вертикальна лінія, проведена через центр мас тіла, проходить у межах площі опори.

Приклад 1. На ліве плече важеля діє сила 120 Н, на праве – 80 Н. Важіль перебуває у рівновазі. Визначте його праве плече, якщо ліве дорівнює 90 см. Вагою важеля знехтуйте.

$$F_1 = 120 \text{ Н}, F_2 = 80 \text{ Н}, l_1 = 90 \text{ см.}$$

$$M_1 + M_2 = 0, F_1 l_1 - F_2 l_2 = 0, F_1 l_1 = F_2 l_2, 120 * 90 = 80 * l_2, l_2 = 135 \text{ (см)}$$

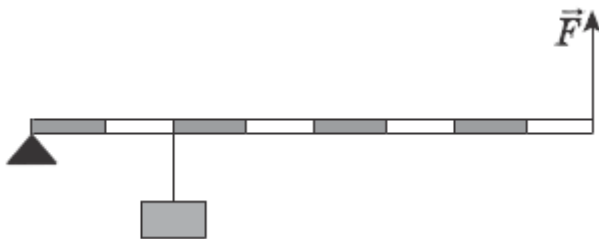
Відповідь: 135 см.

Приклад 2. Два тіла врівноважені на кінцях горизонтального стержня і знаходяться від точки опори на відстанях 30 см і 60 см відповідно. Знайти масу другого тіла, якщо маса першого складає 0,2 кг.

$$F_1 l_1 = F_2 l_2, m_1 g l_1 = m_2 g l_2, 0,2 * 30 = m_2 * 60, m_2 = 0,1 \text{ кг.}$$

Відповідь: 0,1 кг.

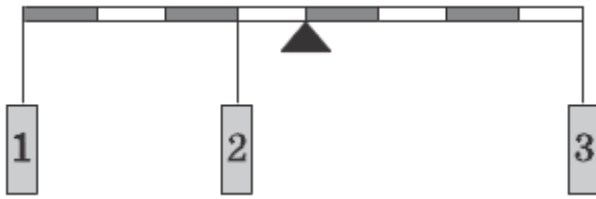
Приклад 3. Яке значення має сила, прикладена до важеля, якщо маса вантажу дорівнює 10 кг (див. рисунок)? Вагою важеля знехтуйте. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.



$$M_1 + M_2 = 0, F l_1 - m g l_2 = 0, F * 8x = 10 * 10 * 2x, F = 200 / 8 = 25 \text{ (Н)}.$$

Відповідь: 25 Н.

Приклад 4. Важіль перебуває в рівновазі (див. рисунок). Маса і першого, і другого вантажів становить 4 кг. Якою є маса третього вантажу? Вагою важеля знехтуйте.



$$M_1 + M_2 + M_3 = 0, \quad m_1 g l_1 + m_2 g l_2 - m_3 g l_3 = 0, \quad m_3 * 10 * 4 = 4 * 10 * 4 + 4 * 10 * 1 = 200, \quad m_3 = 200 / 40 = 5 \text{ (кг)}.$$

Відповідь: 5 кг.

Приклад 5. До однорідної балки масою 50 кг і довжиною 2 м підвішена бочка масою 20 кг на відстані 0,5 м від одного з країв. Балка лежить кінцями на опорах. Визначте силу, з якою край, ближчий до бочки, діє на опору. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Напишемо правило моментів для бочки (без урахування ваги балки).

$$M_1 + M_2 = 0, \quad F_1 l_1 = F_2 l_2, \quad F_1 * 0,5 = F_2 * 1,5, \quad F_1 = 3F_2$$

$$F_1 + F_2 = m_{\text{бочки}} g = 20 * 10 = 200 \text{ Н}, \quad 3F_2 + F_2 = 200, \quad F_2 = 50, \quad F_1 = 150 \text{ Н}.$$

$$\text{Вага балки розподілена рівномірно по опорах: } F_{\text{балки}} = 0,5 m_{\text{балки}} g = 0,5 * 50 * 10 = 250 \text{ (Н)}.$$

$$F = 150 + 250 = 400 \text{ Н}.$$

Відповідь: 400 Н.

Домашнє завдання: 1.104, 1.105, 1.107.

Тема 9. Імпульс. Закон збереження імпульсу.

Запишемо другий закон Ньютона у вигляді: $\vec{F} = \frac{m(\vec{v}-\vec{v}_0)}{t}$ (тут ми використали формулу для визначення прискорення $\vec{a} = \frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$). Помноживши обидві частини рівності на t , маємо:

$$\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0. \quad (1)$$

Добуток $\vec{F}t$ називають *імпульсом сили*. Ця величина визначає одночасно і силу, і тривалість дії, необхідної для того, щоб змінити швидкість руху тіла масою m від \vec{v}_0 до \vec{v} .

Імпульс сили – це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку сили на час її дії: $\vec{F}t$.

Одиниця імпульсу сили в СІ – ньютон-секунда (Н · с).

У правій частині рівності (1) маємо зміну деякої величини $m\vec{v}$. Цю величину називають *імпульсом тіла* або *кількістю руху*.

Імпульс тіла \vec{p} – це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку маси m тіла на швидкість \vec{v} його руху:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Одиниця імпульсу тіла в СІ – кілограм-метр на секунду (кг · м/с).

На відміну від імпульсу сили *імпульс тіла залежить від вибору системи відліку*, тому що від її вибору залежить швидкість руху тіла.

Введення понять імпульсу сили й імпульсу тіла дає змогу сформулювати *другий закон Ньютона в імпульсному вигляді: зміна імпульсу тіла дорівнює імпульсу сили, яка діє на це тіло:*

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}t, \text{ або } \vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}t.$$

З останньої рівності отримаємо ще один запис другого закону Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{t}.$$

Декілька тіл, що взаємодіють одне з одним, утворюють *систему тіл*. Сили, які характеризують взаємодію тіл системи між собою,

називають *внутрішніми силами системи*. Якщо тіла взаємодіють тільки внутрішніми силами, то таку систему тіл називають *замкненою*.

Замкнена система тіл – це така система тіл, на яку не діють зовнішні сили, а будь-які зміни стану цієї системи є результатом дії внутрішніх сил системи.

Закон збереження імпульсу

У замкненій системі тіл геометрична сума імпульсів тіл до взаємодії дорівнює геометричній сумі імпульсів тіл після взаємодії.

Закон збереження імпульсу справджується для замкненої системи, що містить будь-яку кількість тіл, – це загальний, фундаментальний закон фізики. Тому в загальному випадку математичний вираз для закону збереження імпульсу виглядає так:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} + \dots + m_n \vec{v}_{0n} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n;$$
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{const},$$

де m_i – маси тіл, що утворюють замкнену систему; \vec{v}_{0i} – швидкості руху тіл системи до взаємодії; \vec{v}_i – швидкості руху тіл системи після взаємодії; n – кількість тіл, які взаємодіють; \vec{p}_i – імпульси тіл у деякий довільний момент часу.

При розв'язанні задач важливим є випадок взаємодії двох тіл. Для нього закон збереження імпульсу записується наступним чином:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2, \text{ або } \vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2.$$

Приклад 1. По дорозі зі швидкістю 72 км/год рухається автомобіль масою 2 т. Обчисліть його імпульс.

$$p = mv = 20 \cdot 2000 = 40000 \text{ (кг} \cdot \text{м/с)}$$

Відповідь: 40000 кг · м/с.

Приклад 2. Залежність координати тіла від часу задано рівнянням $x = 2 + 4t - 1,5t^2$. Обчисліть імпульс тіла через 4 с після початку руху. Маса тіла становить 5 кг.

$$v_0 = 4 \text{ м/с}, a/2 = -1,5, a = -3 \text{ м/с}^2.$$

$$v = v_0 + at = 4 - 3t, v(4) = 4 - 3 \cdot 4 = -8 \text{ м/с}$$

$$p = mv = 5 \cdot 8 = 40 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

Відповідь: 40 кг · м/с.

Приклад 3. Обчисліть значення сили, під дією якої вантажівка протягом 12 с змінила свій імпульс на 150000 кг · м/с.

$$\vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{t} = \frac{\Delta \vec{p}}{t} = \frac{150000}{12} = 12500 \text{ (Н)}$$

Відповідь: 12,5 кН.

Приклад 4. Тіло масою 2 кг рухалось у певному напрямку зі швидкістю 12 м/с. Під дією сили 6 Н тіло набуло швидкості 6 м/с у протилежному напрямку. Який час на тіло діяла сила?

$$\vec{p}_0 = m\vec{v}_0 = 2 \cdot 12 = 24,$$

$$\vec{p} = m\vec{v} = 2 \cdot (-6) = -12$$

$$\vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{t}, \quad t = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{\vec{F}} = \frac{|-12 - 24|}{6} = 6 \text{ с.}$$

Відповідь: 6 с.

Приклад 5. У механіці закон збереження імпульсу є наслідком дії:

- А) I закону Ньютона;
- Б) II закону Ньютона;
- В) III закону Ньютона;
- Г) закону всесвітнього тяжіння.

Відповідь: В.

Приклад 6. Закон збереження імпульсу виконується для:

- А) тіл, що складають замкнену систему і взаємодіють тільки із силами тяжіння та пружності;
- Б) тіл, що складають замкнену систему і взаємодіють із будь-якими силами;
- В) будь-яких тіл;
- Г) тіл, що складають замкнену систему і взаємодіють тільки із силами тертя.

Відповідь: Б.

Приклад 7. Тіло зісковзує по похилій площині за 2 с. На яку величину змінився імпульс тіла за цей час, якщо рівнодійна сила, що діяла на тіло, дорівнювала 10 Н?

$$\vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{t} = \frac{\Delta\vec{p}}{t}, \quad \Delta\vec{p} = Ft = 10 * 2 = 20.$$

Відповідь: 20 кг · м/с.

Приклад 8. Вагон масою 40 т, що рухається зі швидкістю 3 м/с, зчеплюється з нерухомим вагоном масою 20 т. Знайти швидкість вагонів після зчеплення.

$$m_1 = 40 \text{ т}, v_{10} = 3 \text{ м/с}, m_2 = 20 \text{ т}, v_{20} = 0$$

$$m = m_1 + m_2 = 60 \text{ т}, v - ?$$

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m v, 40 \cdot 3 + 20 \cdot 0 = 60 v, v = 120/60 = 2 \text{ м/с}.$$

Відповідь: 2 м/с.

Приклад 9. Людина зістрибує з візка, що спочатку був нерухомим, зі швидкістю 3 м/с. У якому напрямку і з якою швидкістю почне рухатись візок, якщо його маса вдвічі більша за масу людини?

$$m_2 = 2m_1, v_1 = 3 \text{ м/с}$$

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$0 = 3m_1 + 2m_1 \vec{v}_2, \quad \vec{v}_2 = -\frac{3m_1}{2m_1} = -1,5 \text{ м/с}$$

Відповідь: протилежно до напрямку стрибка зі швидкістю 1,5 м/с.

Приклад 10. Вагон з піском загальною масою 20 т їде за інерцією горизонтальною ділянкою залізничного полотна зі швидкістю 2 м/с. У вагон падає 5 т піску і залишається в ньому. Визначте швидкість вагона після падіння цієї порції піску. Вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$m_{10} = 20 \text{ т}, v_{10} = 2 \text{ м/с}, m_2 = 5 \text{ т}.$$

$$m_{10} v_{10} = (m_{10} + m_2) v_1, 20 \cdot 2 = (20 + 5) \cdot v_1, v_1 = 40/25 = 1,6 \text{ м/с}.$$

Відповідь: 1,6 м/с.

Домашнє завдання:

основне: 1.128, 1.129, 1.132, 1.136, 1.137.

додаткове: 1.130, 1.131, 1.133, 1.134.