

$$3.456. \begin{cases} \sqrt{2} \sin x = \sin y, \\ \sqrt{2} \cos x = \sqrt{3} \cos y. \end{cases}$$

Відповідь: $\left\{ \left(\frac{\pi}{6} + \pi(m+n); \frac{\pi}{4} + \pi(m-n) \right) : m, n \in \mathbf{Z} \right\} \cup$
 $\cup \left\{ \left(-\frac{\pi}{6} + \pi(m+n); -\frac{\pi}{4} + \pi(m-n) \right) : m, n \in \mathbf{Z} \right\}.$

$$3.457. \begin{cases} \sqrt{2} \sin x = \sin y, \\ \sqrt{2} \cos x = 1 + \cos y. \end{cases}$$

Відповідь: $\left\{ \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi m \right) : m, n \in \mathbf{Z} \right\} \cup$
 $\cup \left\{ \left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi m \right) : m, n \in \mathbf{Z} \right\}.$

•

$$3.458. \begin{cases} \sin x = \sqrt{2} \sin y, \\ \operatorname{tg} x = \sqrt{3} \operatorname{tg} y. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \left\{ \left(\frac{\pi}{4} + \pi(m+l); \frac{\pi}{6} + \pi(m-l) \right) : m, l \in \mathbf{Z} \right\} \cup$$

$\cup \{(\pi n; \pi k) : k, n \in \mathbf{Z}\} \cup \left\{ \left(-\frac{\pi}{4} + \pi(m+l); -\frac{\pi}{6} + \pi(m-l) \right) : m, l \in \mathbf{Z} \right\}.$

$$3.459. \begin{cases} -y \sin x = \cos x + 1, \\ (y - 2\sqrt{y}) \sin x = \cos x + 1. \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \left\{ \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, 1 \right) : n \in \mathbf{Z} \right\} \cup$$

$\cup \{(\pi + 2\pi k, y) : k \in \mathbf{Z}, y \geq 0\}.$

$$3.460. \begin{cases} -\sqrt{y} \cos x = (\sqrt{y} + 1)(\sin x - 1), \\ (\sqrt{y} - 2) \cos x = 2\sqrt{y}(\sin x - 1). \end{cases} \quad \text{Відповідь: } \left\{ \left(\pm \arccos \frac{2}{\sqrt{5}} + \right. \right.$$

 $\left. + \arctg 2 + 2\pi k, 1 \right) : k \in \mathbf{Z} \} \cup \left\{ \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n, y \right) : n \in \mathbf{Z}, y \geq 0 \right\}.$

§ 4. Текстові задачі на складання рівнянь. Прогресії

4.1. Задачі на рух

Група А

4.1. Моторний човен пройшов вниз за течією річки 14 км, а потім 9 км проти течії, затративши на весь шлях 5 годин. Знайти швидкість течії річки, якщо швидкість моторного човна в стоячій воді дорівнює 5 км/год. Відповідь: 2 км/год.

4.2. Човен спускається за течією річки на відстань 10 км, а потім піднімається проти течії на 6 км. Швидкість течії дорівнює 1 км/год. В яких межах повинна лежати власна швидкість човна для того, щоб вся поїздка зайняла від 3 до 4 годин?

Відповідь: $4 \leq v \leq (8 + \sqrt{61})/3$.

•

4.3. Відстань між містами 78 км. З першого міста виїхав велосипедист, а через годину йому назустріч з іншого міста виїхав другий велосипедист, який проїжджає на 4 км/год. більше, ніж перший. Зустріч відбулася на відстані 36 км від другого міста. Скільки часу до зустрічі і з якою швидкістю їхав кожен велосипедист?

Відповідь: I – 3 години, 14 км/год; II – 2 години, 18 км/год.

4.3.* [1, § 25, приклад 1, с. 133] З пункту *A* до пункту *B* одночасно відправляються пішохід і бігун, швидкість якого в три рази більше швидкості пішохода. У той момент, коли бігун прибув у пункт *B*, звідти назустріч пішоходу виїхав велосипедист. Швидкість велосипедиста на 5 км/год. більша швидкості бігуна. Через 24 хвилини після свого виїзду велосипедист зустрів пішохода, а ще через 21 хвилину він прибув до пункту *A*. Знайти швидкості руху бігуна, пішохода і велосипедиста.

Відповідь: швидкості пішохода, бігуна і велосипедиста відповідно рівні 5 км/год., 15 км/год. і 20 км/год.

4.4. З міста *A* до міста *B*, відстань між якими 120 км, виїхав мотоцикліст. Через годину після цього з *A* виїхав другий мотоцикліст, який, наздогнавши першого, повернув назад і повернувся до пункту *A* у той момент, коли перший прибув до пункту *B*. Яка швидкість першого мотоцикліста, якщо швидкість другого дорівнює 50 км/год.?

Відповідь: 30 км/год.

4.5. Два автомобілі виїхали одночасно з одного міста в одному напрямку. Швидкість першого автомобіля – 40 км/год., а швидкість другого складає 125 % від швидкості першого. Через півгодини з того ж міста в тому ж напрямку виїхав третій автомобіль, який обігнав другий автомобіль на 1,5 години пізніше, ніж перший. Знайти швидкість руху третього автомобіля.

Відповідь: 60 км/год.

4.6. Два пішоходи вийшли одночасно з пунктів *A* і *B* назустріч один одному. Кожний з них рухався з постійною швидкістю і, прийшовши в кінцевий пункт, відразу ж повернув назад. Перший раз вони зустрілися на відстані 12 км від *B*, а другий раз – через 6 годин на відстані 6 км від *A*. Знайти відстань *AB* і швидкості руху пішоходів.

Відповідь: 30 км, 6 км/год. і 4 км/год.

4.6.* [1, § 25, приклад 2, с. 137] Велосипедист і мотоцикліст виїжджають назустріч один одному з пунктів *A* і *B*, причому швидкість мотоцикліста в три рази більша швидкості велосипедиста, але він починає свій рух на 3 години пізніше, ніж велосипедист. Їх зустріч відбулася в середині шляху між *A* і *B*. Якби мотоцикліст виїхав усього лише на 2 години пізніше велосипедиста, то зустріч відбулася б на 15 км ближче до *A*. Знайти відстань *AB*.

Відповідь: 180 км.

4.7. Велосипедист рухається з пункту A до пункту B зі швидкістю 18 км/год. Коли він проїхав 9 км, його наздогнав мотоцикліст, який виїхав з пункту A на 20 хвилин пізніше. Коли велосипедист проїхав ще 27 км, він зустрів того ж мотоцикліста, що повертався з пункту B , де він зупинився на 40 хвилин. Знайти відстань AB .

Відповідь: 45 км.

4.8. З пунктів A і B , відстань між якими 600 км, виходять одночасно назустріч один одному два поїзди. Через 6 годин їх відокремлювало від зустрічі 60 км. Якби з пункту A поїзд вийшов на 1,5 години раніше, ніж другий поїзд з пункту B , то вони б зустрілися в середині шляху між A і B . Знайти швидкості руху поїздів.

Відповідь: 40 км/год і 50 км/год.

•

4.9. Вийшовши зі станції A із запізненням на 20 хвилин, поїзд проїхав відстань 100 км до пункту B зі швидкістю, яка перевищує заплановану за розкладом швидкість на 10 км/год., і прибув до пункту B вчасно. З якою швидкістю рухався поїзд по шляху AB ?

Відповідь: 60 км/год.

4.10. Велосипедист виїхав з деякою швидкістю з пункту A до пункту B , відстань між якими 60 км. Прибувши до пункту B , він повернув назад і їхав з тією ж швидкістю, але через годину зробив зупинку на 20 хвилин. Після цього велосипедист збільшив швидкість на 4 км/год. Якою була швидкість велосипедиста до зупинки, якщо на шлях з B до A він витратив стільки ж часу, як і на шлях з пункту A до B ?

Відповідь: 20 км/год.

•

4.11. Дві точки рухаються по колу довжиною 1,2 м з постійними швидкостями. Якщо вони, починаючи рух з одного пункту, будуть рухатися в різних напрямках, то зустрінуться через 15 секунд. При русі ж в одному напрямку одна точка наздоганяє іншу через кожні 60 секунд. Визначити швидкості точок.

Відповідь: 0,03 м/сек; 0,05 м/сек.

4.12. Два спортсмени бігають по замкненій доріжці стадіону. Швидкість кожного постійна, і на пробіг одного кола стадіону один витрачає на 5 секунд менше, ніж інший. Якщо вони починають пробіг зі спільного старту одночасно і в одному напрямку, то виявляться поруч через 30 секунд. Через який час вони зустрінуться, якщо побіжать одночасно зі спільної лінії старту в протилежних напрямках?

Відповідь: 6 сек.

•

4.13. З двох пунктів назустріч один одному вийшли два пішоходи. Один з пішоходів вийшов на 6 годин пізніше, ніж другий, і при зустрічі виявилося, що він пройшов на 12 км менше другого. Перший пішохід прийшов у пункт призначення через 8 годин після зустрічі, а другий – через 9 годин. Знайти швидкості пішоходів.

Відповідь: 6 км/год і 4 км/год.

4.14. Два автомобілі виїжджають одночасно назустріч один одному з пунктів A і B . Після зустрічі один з автомобілів прибув у кінцевий пункт через 2 години, а другий – через $9/8$ години. Знайти швидкості руху автомобілів, якщо відстань AB дорівнює 210 км.

Відповідь: 60 км/год. і 80 км/год.

Група Б

4.15. З пунктів A і B , відстань між якими 620 км, виходять одночасно назустріч один одному два поїзди. Через $120/31$ години відстань між ними була 80 км. Якби з пункту A поїзд вийшов на 1 годину раніше, ніж другий поїзд з пункту B , то вони б зустрілися в середині шляху між A і B . За який час кожний з поїздів подолає відстань AB ?

Відповідь: 6 і 8 годин або 8 і 10 годин.

4.16. Моторний човен проплив з пункту A до пункту B за течією за 5 годин, а з пункту B до пункту A проти течії – за 7 годин. За скільки годин пліт пропливає з пункту A до пункту B ?

Відповідь: 35 годин.

4.17. Два пішоходи вийшли одночасно з пункту A . Перший з них зустрівся з туристом, який йшов до пункту A , через 20 хвилин після виходу з A , а другий зустрів туриста на 5 хвилин пізніше, ніж перший. Через 10 хвилин після другої зустрічі турист прийшов до пункту A . Швидкості пішоходів і туриста були сталими. Знайти відношення швидкостей пішоходів.

Відповідь: 15:8.

4.18. Два пішоходи вийшли одночасно назустріч один одному і зустрілися через 3 години 20 хвилин. За який час пройде усю відстань кожний з них, якщо перший прийшов у те місце, з якого вийшов другий, на 5 годин пізніше, ніж другий прийшов у те місце, звідки вийшов перший?

Відповідь: 10 годин і 5 годин.

4.18.* [1, § 25, приклад 4, с. 139] З пункту A до пункту B відправилися бігун і пішохід, а з пункту B до пункту A у той же час – скорохід. Пішохід і скорохід зустрілися в той момент, коли бігун прибув до пункту B . Пішохід прибув до пункту B на 8 хвилин пізніше бігуна і на 6 хвилин пізніше,

ніж скорохід прибув до пункту A . Визначити час, за який кожний подолав шлях AB .

Відповідь: шлях AB подолано бігуном за 4 хвилини, скороходом – за 6 хвилин і пішоходом – за 12 хвилин.

4.19. З пункту A до пункту B виїхав автомобіль і одночасно з пункту B до пункту A виїхав велосипедист. Приїхавши в пункт B , автомобіль повернув назад і наздогнав велосипедиста через 2 години після моменту їхньої першої зустрічі. Скільки часу знаходився в дорозі велосипедист до моменту другої зустрічі з автомобілем, якщо відомо, що до цього моменту він проїхав $\frac{2}{5}$ усього шляху від B до A ?

Відповідь: 4,5 години.

4.20. О 7-й годині ранку з пункту A до пункту B за течією річки відправляються байдарка і катер. Байдарка припливає до пункту B о 17-й годині того ж дня. Катер же, діставшись до пункту B , повертає назад і на своєму шляху з B до A зустрічає байдарку не пізніше 15-ї години, а прибуває до пункту A не раніше 23-ї години того ж дня. Знайти час прибуття катера до пункту B , якщо відомо, що власна швидкість катера в два рази більша власної швидкості байдарки.

Відповідь: 13 годин.

4.20.* [1, § 25, приклад 3, с. 138] З міста A до міста B , відстань між якими 200 км, мотоцикліст проїхав за 6 годин. Спочатку він рухався зі швидкістю v_1 , що перевищувала 15 км/год., а потім зі швидкістю v_2 , причому проміжки часу, що відповідають руху з цими швидкостями, пропорційні самим швидкостям. Через 4 години після виїзду мотоцикліст був на відстані 120 км від міста A . Визначити швидкості v_1 і v_2 .

Відповідь: $v_1 = 20$ км/год., $v_2 = 40$ км/год.

4.2. Задачі на спільну роботу

Група А

4.21. Дві друкарки разом надрукували 65 сторінок, причому перша працювала на одну годину більше, ніж друга. Однак, друга друкарка друкує за годину на дві сторінки більше, ніж перша, і тому вона надрукувала на 5 сторінок більше. Скільки сторінок за годину друкує кожна друкарка?

Відповідь: 5; 7.

4.22. Робітник виготовив деяку кількість деталей. Якби він виготовляв щодня на 10 деталей більше, то виконав би роботу на 4,5 дні раніше, а якби він виготовляв щодня на 5 деталей менше, то працював би на 3 дні більше. Скільки деталей і за який час виготовив робітник?

Відповідь: 1350 деталей за 27 днів.

4.23. Два екскаватори різної конструкції повинні прокласти дві траншеї однакового поперечного перерізу довжиною відповідно 960 і 180 метрів. Уся робота продовжувалася 22 дні, протягом яких перший екскаватор прокладав більшу траншею. Другий же екскаватор почав працювати на 6 днів пізніше першого, проклав меншу траншею, 3 дні ремонтувався, а потім допомагав першому. Якби не потрібно було витрачати час на ремонт, то робота була б виконана за 21 день. Скільки метрів траншеї може прокласти в день кожен екскаватор?

Відповідь: 40 метрів і 20 метрів.

4.23.* [1, § 26, приклад 1, с. 141] Два насоси марки A і один насос марки B наповняють водою резервуар ємністю 200 м^3 за 10 годин при спільній роботі всіх трьох насосів. Насос марки B може наповнити цей резервуар на 8 годин 20 хвилин швидше, ніж насос марки A . Скільки м^3 води за годину перекачують насоси марки A і B кожний окремо?

Відповідь: насоси марки A і B за 1 годину перекачують відповідно 6 і 8 м^3 води.

4.24. Двоє робітників, працюючи одночасно, виконали всю роботу за 5 днів. Якби перший працював удвічі швидше, а другий – удвічі повільніше, то робота зайняла б у них 4 дні. За скільки часу виконав би всю роботу один перший робітник?

Відповідь: 10 днів.

4.25. Два автомобілі разом можуть перевезти вантаж за 15 годин. Один з них, працюючи на 6 годин менше, ніж другий, перевіз 40 % вантажу, а другий – частину, що залишилася. Скільки годин працював кожний з автомобілів?

Відповідь: 12 і 18 годин.

4.26. Двом робітникам було доручено виготовити партію однакових деталей. Після того, як перший відпрацював 7 годин і другий – 4 години, виявилось, що вони виконали $\frac{5}{9}$ усієї роботи. Яка тривалість спільної роботи робітників необхідна для виконання всієї роботи, якщо продуктивність праці першого робітника складає $\frac{6}{7}$ продуктивності праці другого?

Відповідь: $9\frac{9}{13}$ год.

4.27. Двоє робітників виконали всю роботу за 10 днів, причому останні 2 дні перший з них не працював. За скільки днів перший робітник виконав би всю роботу, якщо відомо, що за перші 7 днів вони разом виконали 80 % роботи?

Відповідь: За 14 днів.

4.28. Два екскаватори повинні виконати деяку роботу. Перший екскаватор самостійно виконує цю роботу на 8 годин довше, а другий екскаватор – на 4, 5 години довше, ніж обидва екскаватори, працюючи разом. За який час може виконати роботу кожний з екскаваторів окремо?

Відповідь: 14 годин і 10,5 годин.

4.28.* [1, § 26, приклад 2, с. 142] Робітник *A* виконує деяку роботу на 6 днів довше, ніж робітник *B*, і на 8 днів довше, ніж робітник *C*. *A* і *B*, працюючи разом, виконують цю роботу за стільки ж днів, як і *C*. Визначити час, за який кожен виконує цю роботу самостійно.

Відповідь: *C* виконує роботу за 4 дні, *B* – за 6 днів, *A* – за 12 днів.

4.29. Поле, що розділене на дві рівні частини, почали орати два трактори одночасно і кожний з них зорав свою половину. Через 5 годин після того, як вони разом зорали половину усього поля, виявилось, що першому з них залишилося зорати $1/10$ частину своєї ділянки, а другому – $4/10$ своєї ділянки. За який час може самостійно зорати усе поле другий трактор?

Відповідь: 50 годин.

4.30. Бак наповнюється двома кранами *A* і *B*. Наповнення бака тільки через кран *A* триває на 22 хвилини довше, ніж наповнення через кран *B*. Якщо ж відкрити обидва крани, то бак наповниться за 1 годину. За який час кожен кран окремо може наповнити бак?

Відповідь: 132 хвилини, 110 хвилин.

4.31. Дві бригади, працюючи разом, закінчили ремонт ділянки шляху за 6 днів. Одній першій бригаді для виконання 40 % усієї роботи треба було б часу на 2 дні більше, ніж одній другій бригаді для виконання $13\frac{1}{3}$ % усієї роботи. За скільки днів могла б відремонтувати кожна бригада окремо усю ділянку шляху?

Відповідь: 10 днів, 15 днів.

4.32. Дві бригади разом виконують роботу за 3 години 36 хвилин. Якби перша бригада працювала спочатку $1/3$ часу, необхідного другій бригаді для виконання всієї роботи, а потім друга бригада працювала $1/3$ часу, необхідного першій бригаді для виконання всієї роботи, то виявилось б, що виконано $13/18$ усієї роботи. За який час кожна бригада виконає всю роботу самостійно, якщо відомо, що перша бригада виконує роботу швидше, ніж друга?

Відповідь: 6 годин і 9 годин.

Група Б

4.33. Дві труби разом протягом 1 години наповнюють водою $3/4$ басейну. Якщо спочатку перша труба наповнить $1/4$ частину басейну, а потім друга труба за відключеної першої доведе обсяг води до $3/4$ басейну, то на це знадобиться 2, 5 години. Якщо першу трубу включити на 1 годину, а другу

– на півгодини, то вони наповнять басейн більше, ніж наполовину. За який час наповнює басейн кожна труба?

Відповідь: 2 години і 4 години.

4.34. Троє робітників разом виконують роботу за 1 годину, причому третій робітник самостійно виконує всю роботу на 1 годину швидше першого. Робота також буде виконана, якщо 1 годину буде працювати тільки перший робітник, а потім 4 години тільки другий робітник. За який час кожний з робітників може виконати роботу самостійно?

Відповідь: 3, 6 і 2 години.

4.35. Троє робітників виконали роботу за 10 днів, причому третій робітник працював тільки 3 перших дні, за які було виконано 37 % усієї роботи. За скільки днів кожен робітник виконав би роботу самостійно, якщо відомо, що за 5 днів перший робітник виконує таку ж кількість роботи, як другий робітник за 4 дні?

Відповідь: 25, 20 і 30 днів.

4.36. Три вантажівки перевозять усе зерно за 10 рейсів. Перевезення двома першими вантажівками може бути виконано за 12 рейсів, а перевезення першою і третьою вантажівкою – за 15 рейсів. Скільки рейсів потрібно для перевезення зерна кожній з вантажівок?

Відповідь: 20, 30 і 60 рейсів.

4.37. У басейн проведено 4 труби. Коли відкрито першу, другу і третю – він наповняється за 4,8 години. Якщо відкрито першу, третю і четверту – за 8 годин, а якщо ж відкрито другу і четверту, – то за 6 годин. За який час наповнять басейн усі чотири труби разом?

Відповідь: 4 години.

4.38. Троє робітників виконали роботу, причому перший працював 6 годин, другий – 4 години і третій – 7 годин. Якби перший працював 4 години, другий – 2 години і третій – 5 годин, то було б виконано $\frac{2}{3}$ обсягу всієї роботи. За скільки годин виконали б роботу всі троє робітників, працюючи одночасно?

Відповідь: 6 годин.

4.39. Троє робітників повинні виготовити 80 деталей. Відомо, що усі троє разом виготовляють за годину 20 деталей. Спочатку перший робітник виготовив 20 деталей, затративши на це більше трьох годин. Частину роботи, що залишилася, виконали разом другий і третій робітники. На виконання всієї роботи пішло 8 годин. Скільки часу треба було б першому робітнику для виконання всієї роботи?

Відповідь: 16 годин.

4.40. У бригаді є трактори чотирьох марок A, B, C і D . Два трактори марки B і по одному трактору марок C і D виконують оранку поля за 2

дні. Два трактори марки A і один трактор марки C виконують цю роботу за 3 дні, а три трактори (по одному марок A, B і C) – за 4 дні. За скільки часу виконають оранку поля чотири трактори різних марок?

Відповідь: 12/7 дня.

4.3. Задачі на відсотки і задачі про суміші речовин

Група А

4.41. На ощадкнижку поклали 120 гривень. Через рік з книжки зняли 24 гривні. Ще через рік на ощадкнижці виявилось 107 гривень 10 копійок. Скільки відсотків на внески нараховує ощадна каса щорічно?

Відповідь: 5 %.

4.42. Ціна товару 200 гривень спочатку була знижена на деяке число відсотків, а потім підвищена на подвоєне число відсотків. Продано товар за 225 гривень. На скільки відсотків знижувалася ціна товару?

Відповідь: 25 %.

4.42.* [1, § 27, приклад на с. 143] Ціна товару двічі підвищувалася на однакову кількість відсотків, після чого складала 169 % від початкової. На скільки відсотків підвищувалася вартість товару щоразу?

Відповідь: 30 %.

4.43. Ціна товару 300 гривень спочатку була підвищена на деяке число відсотків, а потім знижена на число відсотків, яке менше попереднього на 15 %. Продано товар за 315 гривень. На скільки відсотків знижувалася ціна товару?

Відповідь: 25 %.

•

4.44. Морська вода містить 5 % солі. Скільки прісної води необхідно додати до 40 кг морської води, щоб вміст солі у суміші склав 2 %?

Відповідь: 60 кг.

4.45. Свіжі фрукти містять 72 % води, а сухі – 20 %. Скільки сухих фруктів одержують з 20 кг свіжих?

Відповідь: 7 кг.

4.46. Шматок сплаву міді і цинку, маса якого 36 кг, містить 45 % міді. Скільки міді потрібно додати до цього шматка, щоб отриманий сплав містив 60 % міді?

Відповідь: 13,5 кг.

4.47. У двох сплавах мідь до цинку відноситься як 5:2 і 3:4 (по масі). Скільки кілограмів потрібно взяти першого сплаву і скільки другого, щоб після спільного переплавлення одержати 28 кг нового сплаву з рівним вмістом міді і цинку?

Відповідь: I – 7 кг, II – 21 кг.

4.47.* [1, § 28, приклад 1, с. 144] Золото до срібла в одній речовині відносяться як 1 : 2, а в іншій – як 3 : 4 (по масі). Скільки потрібно взяти кожного сплаву, щоб одержати 39 г нового сплаву, що містить золото і срібло у відношенні 5 : 8?

Відповідь: необхідно взяти 18 г першого сплаву і 21 г другого сплаву.

4.48. Золото до срібла в одному сплаві відносяться як 2:3, а в іншому – як 4:3 (по масі). Скільки кілограмів другого сплаву потрібно взяти на один кілограм першого сплаву, щоб після спільного переплавлення одержати сплав з рівним вмістом золота і срібла?

Відповідь: 1,4 кг.

4.49. Скільки необхідно 30-процентного розчину соляної кислоти і скільки 10-процентного для того, щоб одержати 600 г 15-процентного розчину соляної кислоти?

Відповідь: 150 г і 450 г.

4.50. Є брухт двох сортів: брухт першого сорту містить 5 % нікелю, а брухт другого сорту – 40 % нікелю. З брукту виплавляють сталь з 30-процентним вмістом нікелю. Скільки брукту другого сорту використовується при виплавці 140 кг сталі?

Відповідь: 100 кг.

4.51. Деяку кількість руди, що містить 72 % заліза, змішали з деякою кількістю руди, що містить 58 % заліза, після чого одержали руду, у якій міститься 62 % заліза. Якщо при змішуванні взяти кожної руди на 15 кг більше, то одержимо руду, яка містить 63,25 % заліза. Яку кількість кожної руди було використано при змішуванні?

Відповідь: 12 кг і 30 кг.

Група Б

4.52. Ціну товару спочатку було знижено на деяке число відсотків. Потім ціну підвищили на число відсотків, що більше попереднього на 5 %, і вона виявилася рівна початковій ціні. На скільки відсотків знижувалася ціна товару?

Відповідь: 20 %.

4.53. Один сплав складається з двох металів, що входять до нього у відношенні 1:2, а інший сплав містить ті ж метали у відношенні 2:3 (по масі). Зі скількох частин обох сплавів можна одержати новий сплав, що містить ті ж метали у відношенні 17:27?

Відповідь: 9 і 35.

4.54. Відношення латуні до міді в одному сплаві дорівнює 2:3, а в другому сплаві – 4:5 (по масі). Зі скількох частин обох сплавів можна одержати новий сплав, у якому відношення латуні до міді дорівнює 10:13?

Відповідь: 5 і 18.

•

4.55. Від двох шматків сплавів з різним вмістом міді, маса яких 15 і 10 кг, відрізали по шматку однакової маси. Кожний з відрізаних шматків було переплавлено із залишком іншого шматка, після чого процентний вміст міді в отриманих сплавах став однаковим. Яка маса кожного з відрізаних шматків?

Відповідь: 6 кг.

4.55.* [1, § 28, приклад 2, с. 145] Від двох шматків з різним процентним вмістом міді, маса яких 4 і 6 кг, відрізали по однаково шматку. Кожний з відрізаних шматків було переплавлено із залишком іншого шматка, після чого процентний вміст міді в обох сплавах став однаковим. Яка маса кожного з відрізаних шматків?

Відповідь: 2, 4 кг.

4.56. У двох посудинах знаходився розчин речовини різної концентрації, причому в першій посудині було на 3 літри менше, ніж у другій. З кожної посудини взяли одночасно по 2 літри й узятє з першої посудини перелили в другу, а узятє з другої – в першу. Після цього концентрації розчинів в обох посудинах стали однаковими. Скільки літрів розчину було в кожній посудині.

Відповідь: 3 і 6 літрів.

4.57. У посудині знаходилося 10 літрів соляної кислоти. Спочатку з посудини відлили небагато кислоти і долили водою до попереднього об'єму. Потім знову відлили з посудини ту ж кількість рідини і долили водою до попереднього об'єму. Скільки літрів рідини відливали кожного разу, якщо в підсумку одержали 64-процентний розчин соляної кислоти?

Відповідь: 2 літри.

4.58. З ємності, наповненої спиртом, відлили 1 літр спирту і долили в ємність 1 літр води. Потім знову відлили 1 літр суміші і долили 1 літр води. Ще раз повторили зазначену процедуру. Нарешті, в отриманій суміші обсяг води виявився в 7 разів більше, ніж обсяг спирту. Скільки літрів спирту і скільки літрів води в отриманій суміші?

Відповідь: 0,25 і 1,75 літра.

4.59. У двох однакових посудинах об'ємом 30 літрів кожна міститься всього 30 літрів кислоти. Першу посудину доливають доверху водою й отриманою сумішшю доповнюють другу посудину. Потім з другої посудини відливають у першу 12 літрів суміші. Скільки кислоти було спочатку в першій посудині, якщо в другій посудині після переливань виявилось на 2 літри кислоти менше, ніж у першій?

Відповідь: 20 літрів.

4.60. Є два шматки металу масою 1 кг і 2 кг. З цих шматків зробили два інших: перший – масою 0,5 кг, що містить 40 % міді, і другий – масою 2,5

кг, що містить 88 % міді. Який був процентний вміст міді у початкових шматках?

Відповідь: 40 % і 100 %.

4.4. Задачі з цілочисельними невідомими

Група А

4.61. Двоцифрове число в чотири рази більше суми й у три рази більше добутку цифр. Знайти це число.

Відповідь: 24.

4.62. Різниця цифр двоцифрового числа дорівнює 2, а сума квадратів цих же цифр дорівнює 52. Знайти це число.

Відповідь: 64; 46.

4.63. Сума кубів цифр двоцифрового числа дорівнює 243, а добуток суми його цифр на добуток цифр цього числа дорівнює 162. Знайти це двоцифрове число.

Відповідь: 36; 63.

4.64. Яке двоцифрове число менше суми квадратів його цифр на 11 і більше їх подвоєного добутку на 5?

Відповідь: 15 або 95.

4.65. Сума цифр шуканого двоцифрового числа дорівнює 12. Якщо до шуканого числа додати 36, то вийде число, записане тими ж цифрами, але в зворотньому порядку. Знайти шукане число.

Відповідь: 48.

4.65.* [1, § 29, приклад 1, с. 146] Запис шестицифрового числа починається цифрою 2. Якщо цю цифру перенести з першого місця на останнє, зберігши порядок інших п'яти цифр, то отримане число буде втричі більше початкового. Знайти початкове число.

Відповідь: 285714.

4.66. Якщо шукане двоцифрове число розділити на суму його цифр, то вийде в частці 4, а в остачі 3. Якщо ж це число розділити на добуток, його цифр, то вийде в частці 3, а в остачі 5. Знайти шукане число.

Відповідь: 23.

4.67. Якщо шукане двоцифрове число розділити на добуток його цифр, то одержимо в частці 3 і в остачі 8. Якщо ж число, записане тими ж цифрами, але в зворотньому порядку, розділити на добуток цифр, то одержимо в частці 2, а в остачі 5. Знайти шукане число.

Відповідь: 53.

4.67.* [1, § 29, приклад 2, с. 146] При діленні двоцифрового числа на добуток його цифр одержимо 1 у частці і 16 в остачі. Якщо ж від суми

квадратів цифр цього числа відняти добуток його цифр, то одержимо початкове двоцифрове число. Знайти це число.

Відповідь: 37 або 48.

4.68. Якщо шукане двоцифрове число розділити на добуток його цифр, то одержимо в частці 3 і в остачі 9. Якщо ж до суми квадратів цифр цього числа додати добуток його цифр, то одержимо шукане число. Знайти це число.

Відповідь: 63.

•

4.69. Знайдіть трьохцифрове число, якщо відомо, що сума його цифр дорівнює 17, а сума квадратів його цифр дорівнює 109. Якщо від цього числа відняти 495, то вийде число, записане тими ж цифрами, але в зворотньому порядку.

Відповідь: 863.

4.70. Шукане трьохцифрове число закінчується цифрою 1. Якщо цю цифру перенести з останнього місця на перше, зберігши порядок інших двох цифр, то отримане число буде менше шуканого на 90. Знайти шукане число.

Відповідь: 211.

4.71. Сума цифр шуканого трьохцифрового числа дорівнює 12. Сума цифр його сотень і десятків ділиться на 9 без остачі. Якщо від шуканого числа відняти 99, то одержимо число, записане тими ж цифрами, але у зворотньому порядку. Знайти шукане число.

Відповідь: 453.

4.72. Число десятків шуканого трьохцифрового числа є середнє арифметичне між числом сотень і одиниць цього числа. Частка від ділення шуканого числа на суму його цифр дорівнює 48. Якщо від шуканого числа відняти 198, то одержимо число, записане тими ж цифрами, але в зворотньому порядку. Знайти шукане число.

Відповідь: 432.

•

4.73. Задумано ціле додатне число. До його запису приєднали праворуч цифру 5 і від одержаного числа відняли квадрат задуманого числа. Різницю розділили на задумане число, а потім відняли задумане число. В результаті одержали одиницю. Яке число було задумано?

Відповідь: 5.

Група Б

4.74. Суму всіх парних двоцифрових чисел розділили на одне з них без остачі. Одержана частка тільки порядком цифр відрізняється від дільника,

а сума її цифр дорівнює 9. Яке двоцифрове число було дільником?

Відповідь: 54.

4.75. Знаменник дробу більший квадрата його чисельника на одиницю. Якщо до чисельника і знаменника додати 2, то дріб буде більшим, ніж $1/4$; а якщо відняти від чисельника і знаменника 3, то дріб буде меншим, ніж $1/10$. Знайти дріб.

Відповідь: $\frac{2}{5}$ або $\frac{3}{10}$, або $\frac{4}{17}$.

•

4.76. Школяр переклеює усі свої марки в новий альбом. Якщо він наклеїть по 20 марок на одну сторінку, то йому не вистачить альбому, а якщо по 23 марки на сторінку, то принаймні одна сторінка залишиться вільною. Якщо школяреві подарувати такий же альбом, на кожній сторінці якого наклеєно по 21 марці, то усього в нього стане 500 марок. Скільки сторінок в альбомі?

Відповідь: 12 сторінок.

4.77. У шкільній газеті повідомляється, що відсоток учнів деякого класу, що підвищили в другому півріччі успішність, знаходиться в межах від 2,9 до 3,1%. Визначити мінімально можливе число учнів у такому класі.

Відповідь: 33.

4.78. Квартал забудовано п'ятиповерховими і дев'ятиповерховими будинками, причому дев'ятиповерхових будинків менше, ніж п'ятиповерхових. Якщо збільшити вдвічі число дев'ятиповерхових будинків, то загальне число будинків стане більшим, ніж 24, а якщо збільшити вдвічі число п'ятиповерхових будинків, то загальне число будинків буде меншим, ніж 27. Скільки в кварталі п'ятиповерхових будинків і скільки дев'ятиповерхових?

Відповідь: 9 п'ятиповерхових і 8 дев'ятиповерхових будинків.

4.79. Василько і Петрик поділили між собою 39 горіхів. Число горіхів, що дісталися кожному з них, менше подвоєного числа горіхів, що дісталися іншому. Квадрат третини числа горіхів, що дісталися Петрику, менше збільшеного на 1 числа горіхів, що дісталися Васильку. Скільки горіхів дісталось кожному з хлопців?

Відповідь: 14 і 25 горіхів.

4.80. Біля будинку посаджено липи і берези, причому загальна їх кількість більша 14. Якщо збільшити вдвічі кількість лип, а кількість беріз збільшити на 18, то беріз стане більше, ніж лип. Якщо збільшити вдвічі кількість беріз, не змінюючи кількості лип, то лип все рівно буде більше, ніж беріз. Скільки лип і скільки беріз було посаджено?

Відповідь: 11 лип і 5 беріз.